

1. **Strecke auf Zylinder.** Bestimmen Sie die kürzeste Verbindung zwischen zwei Punkten auf dem Zylinder. (2 Pkt.)

2. **Eine Lagrangefunktion.** Ein Teilchen der Masse m habe folgende Lagrangefunktion: (4 Pkt.)

$$L = \frac{m}{2} (\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2) + \frac{\omega}{2} L_z,$$

wobei L_z die z-Komponente des Drehimpulses sein soll.

(a) Stellen Sie die Bewegungsgleichungen auf. Welche Variablen sind zyklisch? Was sind die zugehörigen Erhaltungsgrößen, und zu welchen Symmetrien gehören sie?

(b) Bilden Sie nun die Hamilton-Funktion. Welcher physikalischen Größe entspricht sie? Ist sie erhalten?

(c) Wiederholen Sie die Rechnung in Zylinderkoordinaten. Welche Variablen sind hier zyklisch? Was sind die zugehörigen Erhaltungsgrößen, und zu welchen Symmetrien gehören sie?

3. **Symmetrietransformation beim harm. Oszillator.** Zeigen Sie, dass die Transformation (2 Pkt.)

$x \rightarrow x' = x + a \cos \omega t$ mit $\omega = \sqrt{\frac{D}{m}}$ eine Symmetrietransformation des harmonischen Oszillators ist und berechnen Sie die dazugehörige Erhaltungsgröße.

4. **Seifenhaut.** Eine Seifenhaut ist bestrebt, eine Form einzunehmen, die ihre Oberfläche minimiert und kompatibel mit den gegebenen Randbedingungen ist. (4 Pkt.)

Bei $-x_0$ und x_0 befinden sich zwei in der y - z -Ebene parallel ausgerichtete Kreisringe mit dem Radius R . Zwischen den Ringen befindet sich eine Seifenhaut, die aus Symmetriegründen eine rotationssymmetrische Form einnimmt.

(a) Bestimmen Sie die Funktion $y = y(x)$, die die Rotationsfläche vollständig bestimmt.

(b) Es kann sich nicht für beliebige Verhältnisse von R und x_0 eine Seifenhaut zwischen den Ringen ausbilden. Ermitteln Sie auf graphischem Wege das kritische Verhältniss von R und x_0 , bei dem sich gerade noch eine stabile Seifenhaut zwischen den Ringen ausbilden kann. Warum erhalten wir mehr als eine stationäre Kurve $y = y(x)$, die die Randbedingungen erfüllt? Wer zeigen kann, welche stationäre Kurve die gesuchte ist, erhält einen Extrapunkt.

(c) Wie groß ist die Fläche O_S der Seifenhaut? Vergleichen Sie diese mit der Größe des Mantels O_M des Zylinders zwischen den beiden Kreisringen. Wie müssen Sie x_0 und R wählen, damit das Verhältnis O_S/O_M minimal wird? Wie groß ist dann dieses Verhältnis?

Achtung: Auf diesem Übungsblatt sind die Aufgaben **1, 2 und 3** Pflichtaufgaben!

Auf diesem Übungsblatt sind maximal **12 Punkte** zu erreichen, Abgabe erfolgt am 18. 11. 2008.