

Otto-von-Guericke-  
Universität Magdeburg

Grundlagen der  
Elektrotechnik

Aufgabenheft Grundlagen und  
Gleichstromtechnik

Prof. Dr.-Ing.  
Ralf Vick

## Inhalt

*Thematik Aufgabennummer*

Größen und Einheiten

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7

Ladung, Strom, Stromdichte

8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 81

Potential, Spannung, Widerstand

18, 19, 20, 21, 22

Temperaturabhängigkeit des Widerstandes

23, 24, 25, 47, 49

Differentieller Widerstand

70, 85, 86

Zusammenschalten von Widerständen

26, 27, 28, 29, 30

Spannungsteiler

31a), 32a), 34a), 35, 36, 37

Stromteiler

31b), 32b), 33, 34b), 35

Kapazität

38, 39, 40, 41, 44, 45

Induktivität

3, 41, 42, 43, 44, 45, 82, 83

Leistung, Anpassung, Wirkungsgrad

46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 67

Zweigstromanalyse

54a), 55, 56a), 57, 58a), 59, 60a)

Superposition

61b), 62a), 63a), 64a)

## Zweipoltheorie

61a), 62b), 64b), 65, 66, 67, 68a), 72

## Maschenstromanalyse

54b), 56b), 58b), 60b), 63b), 68b), 69b)

## Knotenspannungsanalyse


56c), 64c), 69a), 80, 84

## Stromkreise mit nichtlinearen Widerständen

70, 71, 72, 73

## Vierpole

74, 75, 76, 77, 78, 79

Lizenz:  CC BY 4.0 (Namensnennung, Weitergabe unter gleichen Bedingungen)

Dieses Aufgabenheft wurde mittels  $\text{\LaTeX}$  und  $\text{\pdfTeX}$  unter Nutzung folgender Pakete erstellt:

`lmodern`: Schriftart

`TikZ`: Zeichnungen

`PGFPLOTS`: Diagramme

`CircuitikZ`: Schaltbilder

`siunitx`: Einheiten

**Aufg. 1: Größen und Einheiten** ★ ☆ ☆

Man berechne die Zeit  $t$ , in der 1 Liter Wasser durch eine Heizung mit der Leistung  $P = 2 \text{ kW}$  von der Temperatur  $\vartheta_1 = 20^\circ\text{C}$  auf  $\vartheta_2 = 70^\circ\text{C}$  erwärmt wird. Die Wärmeabgabe an die Umgebung ist zu vernachlässigen.

Hinweis: Die spezifische Wärmekapazität von Wasser beträgt  $c = 4187 \frac{\text{W s}}{\text{kg K}}$ .

**Aufg. 2: Zugeschnittene Größengleichung**

★★ ☆

Man gebe eine zugeschnittene Größengleichung für die kinetische Energie  $W = \frac{m}{2} \cdot v^2$  derart an, dass man die Geschwindigkeit in  $\frac{\text{km}}{\text{h}}$  und die Masse in kg einsetzen kann und sich die Energie in kWh ergibt.

Man überprüfe die Gleichung mit dem Zahlenbeispiel  $m = 50\,000 \text{ kg}$  und  $v = 30 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ !

**Aufg. 3: Zeitliche Ableitung** ★ ★ ☆

Die Gleichung  $u = L \cdot \frac{di}{dt}$  beschreibt den Zusammenhang zwischen der induzierten Spannung  $u$  und der zeitlichen Stromänderung  $\frac{di}{dt}$  an einer Spule mit der Induktivität  $L$ .

Gegeben sind  $i(t) = 100 \text{ mA} \left(1 - e^{-\frac{t}{1 \text{ ms}}}\right)$  für  $t \geq 0$  und  $L = 100 \text{ mH}$ .

Man skizziere zuerst  $i(t)$ , errechne  $u(t)$  und skizziere dann  $u(t)$ .

**Aufg. 4: Rechnen in Decibel** ★★☆☆

Für eine Störspannung  $U_2$  ist ein Pegel von  $L_{U_2} = 110$  dB angegeben. Diese Angabe bezieht sich auf  $U_1 = 1 \mu\text{V}$ . Wie groß ist  $U_2$  in V?

Hinweis: Pegel in dB =  $20 \cdot \lg\left(\frac{U_2}{U_1}\right)$

**Aufg. 5: Lorentzkraft** ★☆☆

Die Gleichung

$$|\vec{F}| = \frac{\mu_0 \cdot I_1 \cdot I_2 \cdot l}{2\pi \cdot d}$$

gilt für den Betrag der Kraft  $\vec{F}$  zwischen zwei geraden Leitern der Länge  $l$ , die parallel im Abstand  $d$  angeordnet sind und von den Strömen  $I_1$  und  $I_2$  durchflossen werden.

Man berechne den Betrag der Kraft in N für  $I_1 = I_2 = 10$  kA,  $d = 10$  cm,  $l = 2,5$  m und  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}}$ .

In welche Richtung wirkt die Kraft?

**Aufg. 6: Wirkungsgrad** ★☆☆

Eine Pumpe soll je Stunde  $20 \text{ m}^3$  Wasser in einen Behälter pumpen, der 25 m höher liegt. Der Wirkungsgrad dieser Pumpe ist  $\eta_P = 70\%$ .

Welche Leistung muss der Antriebsmotor bei einem Motorwirkungsgrad  $\eta_M = 90\%$  aufnehmen?

**Aufg. 7: Arbeitspunkte** ★★☆☆

Die Gleichung

$$\frac{U}{V} = 20 \cdot \left( 1 + \frac{1}{\frac{I}{A}} \right)$$

beschreibt die Spannung an einem Lichtbogen im Stromstärkebereich  $0,2 \text{ A} < I < 20 \text{ A}$ .

Man skizzieren die Kennlinie und berechne ihre beiden Schnittpunkte mit der Kennlinie  $U = 50 \text{ V} - 5 \Omega \cdot I$  der speisenden Quelle.

**Aufg. 8: Coulomb-Kraft** ★☆☆

Welche Kräfte wirken auf 2 Punktladungen  $Q_1 = +3,2 \cdot 10^{-19} \text{ As}$  und  $Q_2 = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ As}$  die sich in einem Abstand von 1 cm gegenüberstehen? Welche Richtung haben die Kräfte?

Hinweis: Die Permittivität des Mediums (Luft) beträgt  $\varepsilon_0 = 8,855 \cdot 10^{-12} \frac{\text{As}}{\text{Vm}}$ .

**Aufg. 9: Ladung und Strom** ★☆☆

Wie viel elektrische Ladung fließt während einer elektrischen Rasur mit einem Akku-Rasierapparat durch die Leitungen ( $U = 6 \text{ V}$ ,  $P = 6 \text{ W}$ , Rasierzeit  $t = 4 \text{ min}$ )?

Wenn man diese Ladung je zur Hälfte auf zwei Luftballons aufbringen könnte (Entfernung 1 m), welche Kraft würde zwischen ihnen auftreten?

**Aufg. 10: Coulomb-Kraft** ★ ☆ ☆

Man berechne die Kraft  $F$ , mit der sich zwei Elektronen mit  $10^{-12}$  m Abstand voneinander abstoßen und schließe aus  $F$  auf die elektrischen Feldstärken  $E$ , die jeweils auf die Punktladungen wirken. Gegeben sind die Elementarladung  $q_e = 1,602 \cdot 10^{-19}$  A s und die Permittivität des Mediums (Vakuum)  $\varepsilon_0 = 8,855 \cdot 10^{-12} \frac{\text{As}}{\text{Vm}}$ .

**Aufg. 11: Elektronenstrahl** ★ ★ ☆

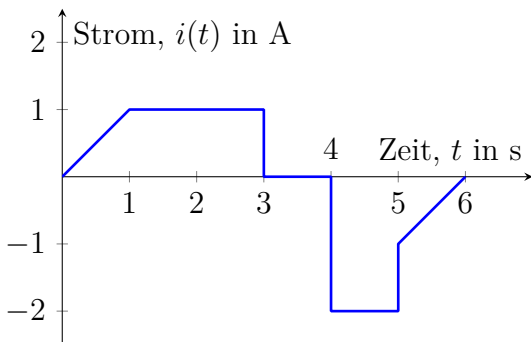
In einem elektrischen Feld mit der konstanten Feldstärke  $E = 100 \frac{\text{V}}{\text{cm}}$  befindet sich ein frei bewegliches Elektron. Die Ladung des Elektrons beträgt  $q_e = 1,602 \cdot 10^{-19}$  A s, dessen Masse  $m_e = 9,11 \cdot 10^{-31}$  kg.

- Welche Kraft  $F$  wirkt auf das Elektron?
- Welcher Beschleunigung  $a$  ist das Elektron ausgesetzt?
- Welche Geschwindigkeit  $v$  wird zum Zeitpunkt  $t = 1$  ns erreicht?
- Welcher Weg  $s$  wird bis zum Zeitpunkt  $t = 4$  ns erreicht?
- Man ermittle allgemein  $v = f(s)$ . Welche Geschwindigkeit wird erreicht, nachdem ein Weg von  $s = 2,857$  cm zurückgelegt wurde?

Hinweis: Die Anfangsgeschwindigkeit beträgt  $v(t = 0) = v_0 = 0$ , der Anfangsweg  $s(t = 0) = s_0 = 0$ .

**Aufg. 12: Ladung und Strom** ★★☆

Die skizzierte Zeitabhängigkeit des Stromes ist durch Gleichungen abschnittsweise zu beschreiben. Ausgehend von  $Q = 0$  bei  $t = 0$  sind dann die zugehörigen Gleichungen für die Ladung  $Q(t)$  durch Integration zu errechnen und grafisch darzustellen.

**Aufg. 13: Ladung und Strom** ★★☆

Die Gleichung  $i = \frac{dQ}{dt}$  beschreibt den Zusammenhang zwischen dem Strom  $i$ , der Ladung  $Q$  und der Zeit  $t$ . Man berechne die jeweils nicht gegebene Größe und skizziere übereinander  $i(t)$  und  $Q(t)$ .

Gegeben sind:

a)

$$Q = 0 \quad \text{für } t \leq 0$$

$$Q(t) = 5 \text{ mA} \cdot t \quad \text{für } 0 < t \leq 2 \text{ ms}$$

$$Q = 10 \text{ } \mu\text{A s} \quad \text{für } t > 2 \text{ ms}$$



b)

$$i = 0 \text{ und } Q = 4 \text{ pA s} \quad \text{für } t \leq 0$$

$$i = 3 \text{ } \mu\text{A} \quad \text{für } 0 < t \leq 1 \text{ } \mu\text{s}$$

$$i = -6 \text{ } \mu\text{A} \quad \text{für } 1 \text{ } \mu\text{s} < t \leq 2 \text{ } \mu\text{s}$$

$$i = 0 \quad \text{für } t > 2 \text{ } \mu\text{s}$$

c)

$$i(t) = 3,14 \text{ A} \cdot \sin(\omega t)$$

$$Q(t) = -10 \text{ mA s} \cdot \cos(\omega t) + 10 \text{ mA s}$$

Man bestimme die Kreisfrequenz  $\omega = 2\pi f$ .

d)

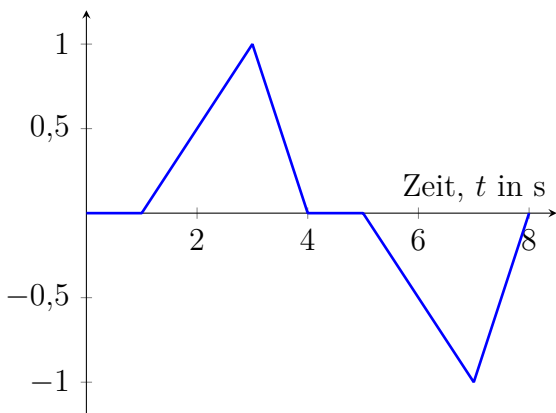
$$Q(t) = 10 \text{ A s} \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{5 \text{ ms}}}\right) \quad \text{für } t \geq 0$$

### Aufg. 14: Ladung und Strom ★★☆

Der Zusammenhang zwischen dem Strom  $i$ , der Ladung  $Q$  und der Zeit  $t$  wird durch die Gleichung  $i = \frac{dQ}{dt}$  beschrieben. Für den dargestellten Zeitverlauf gilt:

a) Gegeben ist  $Q(t)$  in A s, gesucht ist  $i(t)$ .

b) Gegeben ist  $i(t)$  in A, gesucht ist  $Q(t)$  mit  $Q(t = 0) = 0$ .



Man berechne und skizziere die jeweils gesuchte Größe.

### Aufg. 15: Ladung und Strom ★★☆

Während der Aufladung eines Kondensators wird der zeitliche Verlauf des Stromes  $i(t) = \hat{i} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$  mit  $\hat{i} = 10 \text{ A}$  und  $\tau = 0,1 \text{ s}$  gemessen.

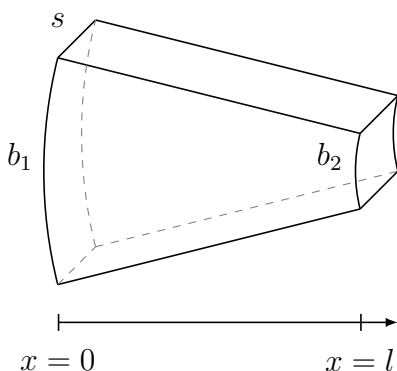
- Der zeitliche Verlauf der Ladung  $Q(t)$  ist mit  $Q(t = 0) = 0$  zu berechnen. Die Funktionen  $i(t)$  und  $Q(t)$  sind zu skizzieren.
- Wie groß ist die auf den Kondensatorplatten gespeicherte Ladung  $Q(3\tau)$  nach einer Zeit von  $t = 3\tau$ ?
- Wie viele Elektronen würden bei einer plötzlichen Entladung des auf die Ladung  $Q(3\tau)$  aufgeladenen Kondensators über die Entladestrecke fließen?

Hinweis: Die Ladung eines Elektrons beträgt  $q_e = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ A s}$ .

**Aufg. 16: Stromdichte** ★★☆☆

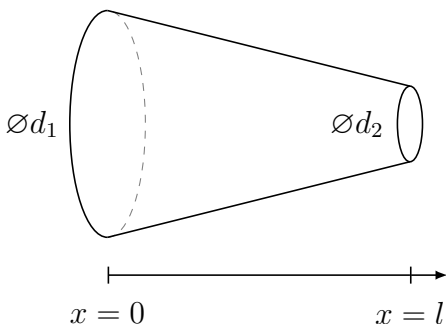
Ein Blechstreifen variabler Breite  $b$  und konstanter Dicke  $s$  wird in  $x$ -Richtung von einem Strom durchflossen. Der Strom tritt in Fläche 1 ein und aus Fläche 2 aus.

Man berechne mit  $b_1 = 3 \cdot b_2$  die Stromdichte in Abhängigkeit von der Ortskoordinate  $x$ , d. h.  $J = f(x)$ . Die Stromdichte ist in normierter Form  $\frac{J(x)}{J(0)}$  grafisch darzustellen.

**Aufg. 17: Stromdichte** ★★☆☆

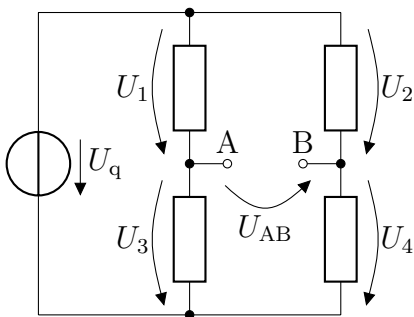
Eine Punktschweißelektrode mit variablem Durchmesser  $d$  wird in  $x$ -Richtung von einem Strom durchflossen. Der Strom tritt in die Fläche 1 ein und aus der Fläche 2 aus. Beide Flächen sind kreisförmig und haben den Durchmesser  $d_1$ , bzw.  $d_2$ .

Man berechne mit  $d_1 = 3 \cdot d_2$  die Stromdichte in Abhängigkeit von der Ortskoordinate  $x$ , d. h.  $J = f(x)$ . Die Stromdichte ist in normierter Form  $\frac{J(x)}{J(0)}$  grafisch darzustellen und mit der von Aufgabe 16 zu vergleichen.



### Aufg. 18: Maschensatz ☆☆☆

Aus  $U_1 = 2\text{ V}$ ,  $U_2 = 3\text{ V}$  und  $U_4 = 5\text{ V}$  berechne man  $U_q$ ,  $U_3$  und  $U_{AB}$  vorzeichenrichtig.



### Aufg. 19: Strom-Spannungs-Kennlinie



Entlang der Reihenschaltung von 5 Bauelementen (Widerstände und Spannungsquellen) unbekannter Größe und Reihenfolge wurden an den Verbindungspunkten A bis F folgende Potentiale gegen ein Bezugspotential  $\varphi_{\text{bez}} = 0$  gemessen:

an Punkt	Potential in V	
	Kurzschluss von A nach F	$6 \Omega$ zwischen A und F
A	-10	-10
B	14	14
C	8	11
D	-4	-1
E	-6	-2
F	-10	-4

Man berechne daraus die Werte der Bauelemente und die im Leerlauf an den Klemmen A und F zu erwartende Spannung.

### Aufg. 20: Widerstand ★☆☆

Über einer Aluminiumleitung mit einem Querschnitt von  $A = 2,5 \text{ mm}^2$  und einer Länge von  $l = 18 \text{ m}$  fällt eine Spannung von  $U = 2 \text{ V}$  ab. Die spezifische Leitfähigkeit von Aluminium beträgt  $\gamma = 36 \frac{\text{m}}{\Omega \text{ mm}^2}$ .

Wie groß sind die Stromdichte  $J$  und die Stromstärke  $I$ ?

### Aufg. 21: Widerstand und Stromdichte

★★☆

Eine Spule aus Kupferdraht soll so gewickelt werden, dass an einer Gleichspannung von  $U = 24 \text{ V}$  die Stromdichte im Draht  $J = 5 \frac{\text{A}}{\text{mm}^2}$  ist. Die spezifische Leitfähigkeit von Kupfer beträgt  $\gamma = 56 \frac{\text{m}}{\Omega \text{ mm}^2}$ .

Man berechne

- die erforderliche Anzahl  $N$  der Windungen ( $N$  ganzzahlig wählen; die mittlere Windungslänge beträgt  $l_W = 15 \text{ cm}$ ),
- den Drahtquerschnitt  $A_D$ , der eine Wickelfläche von  $A_W = 2 \text{ cm}^2$  zu 40 % füllt (Füllfaktor 0,4),
- den Spulenwiderstand  $R$  und den Spulenstrom  $I$ .

### Aufg. 22: Strom und Stromdichte ★ ☆ ☆

Aus einem 70 m langen und 0,4 mm starken Kupferdraht wird eine Spule gewickelt. Die spezifische Leitfähigkeit von Kupfer beträgt  $\gamma = 56 \frac{\text{m}}{\Omega \text{ mm}^2}$ .

- Welcher stationäre Strom  $I$  fließt nach Anlegen einer Spannung  $U = 10 \text{ V}$ ?
- Wie groß ist die Stromdichte  $J$ ?

### Aufg. 23: Temperaturabhängigkeit ★ ★ ☆

Aus dem gemessenen Widerstand  $R$  einer Kupferlitze bekannter Länge  $l$  soll mit  $\gamma = \gamma_{20^\circ\text{C}} = 56 \frac{\text{m}}{\Omega \text{ mm}^2}$  auf ihren Querschnitt  $A$  geschlossen werden. Welche relative Messabweichung für den errechneten Querschnitt ergibt sich bei einer Temperaturabweichung um  $\Delta T = +20 \text{ K}$  bei der Messung, wenn trotzdem mit  $\gamma_{20^\circ\text{C}}$  gerechnet wird? Der Temperaturkoeffizient beträgt  $\alpha_{20^\circ\text{C}} = 0,004 \frac{1}{\text{K}}$ .

Hinweis: Die relative Messabweichung  $F_{\text{rel}}$  lässt sich mittels

$$F_{\text{rel}} = \frac{x_{\text{a}} - x_{\text{r}}}{x_{\text{r}}}$$

aus dem angezeigten (hier: errechneten) Wert  $x_a$  und dem richtigen Wert  $x_r$  einer Messgröße bestimmen.

### Aufg. 24: Temperaturabhängigkeit ★★ ★

Zwei Widerstände mit den Temperaturkoeffizienten  $\alpha_1 = -0,0002 \frac{1}{\text{K}}$  und  $\alpha_2 = +0,00005 \frac{1}{\text{K}}$  (Bezugstemperatur  $\vartheta_B = 20^\circ\text{C}$ ) sollen in Parallelschaltung nahezu temperaturunabhängig  $1 \text{ k}\Omega$  ergeben.

Man berechne die Werte der beiden Widerstände bei  $20^\circ\text{C}$ .

Hinweis: Die Anwendung der Näherung

$$\frac{1}{1 + \varepsilon} \approx 1 - \varepsilon \text{ wenn } \varepsilon \ll 1$$

ist bei der Lösung der Aufgabe hilfreich.

### Aufg. 25: Temperaturabhängigkeit ★★ ☆

Eine Kupferspule besitzt bei Zimmertemperatur ( $20^\circ\text{C}$ ) im stromlosen Zustand einen Widerstand von  $100 \Omega$ . Nach längerem Betrieb der Spule erhöht sich der Widerstand auf  $111 \Omega$ .

- Man errechne die Betriebstemperatur der Kupferspule ( $\alpha_{\text{Cu}} = 0,004 \frac{1}{\text{K}}$ ).
- Um wie viel Prozent ist der Strom durch die Spule im betriebswarmen Zustand kleiner als bei  $20^\circ\text{C}$ , wenn die Spannung konstant gehalten wurde?

**Aufg. 26: Reihen- und Parallelschaltung**

★★☆

Mit zwei Widerständen  $R_1$  und  $R_2$  jeweils einzeln und in Zusammenschaltung lassen sich z. B. für eine Kochplatte vier Widerstandsstufen realisieren.

Man berechne das Verhältnis  $\frac{R_1}{R_2}$  so, dass sich gleiche Widerstandsverhältnisse von Stufe zu Stufe ergeben.

**Aufg. 27: Reihen- und Parallelschaltung**

★★★

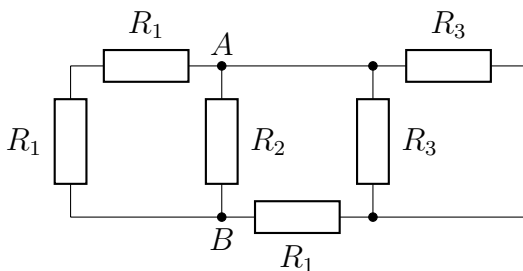
Die Reihenschaltung zweier Widerstände  $R_1$  und  $R_2$  soll einen um den Faktor  $k$  größeren Wert als ihre Parallelschaltung ergeben.

Man berechne das Verhältnis  $\frac{R_1}{R_2}$  in Abhängigkeit von  $k$  und den kleinstmöglichen Wert von  $k$ .

**Aufg. 28: Ersatzwiderstand** ★☆☆

Man berechne die Ersatzwiderstände

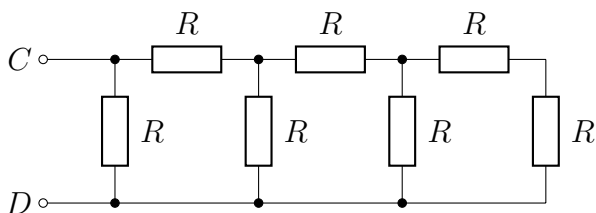
a)  $R_{AB}$ ,



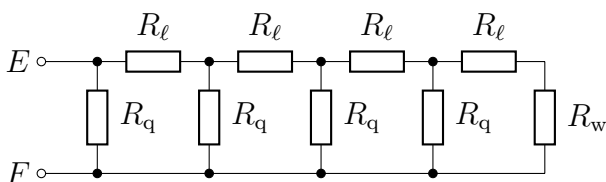
$$R_1 = 1 \Omega \quad R_2 = 2 \Omega \quad R_3 = 6 \Omega$$



b)  $R_{CD}$ , ausgedrückt durch  $R$ ,



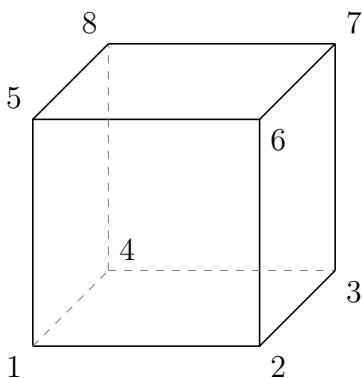
c)  $R_{EF}$ .



$$R_w = 2 \Omega \quad R_q = 3 \Omega \quad R_l = 4 \Omega$$

### Aufg. 29: Ersatzwiderstand ★★★

Zwölf Widerstände von je  $1 \text{ k}\Omega$  bilden die Kanten eines Würfels.



Wie groß sind die Ersatzwiderstände zwischen den Eckpunkten:

- a) 1 und 2,
- b) 1 und 3,
- c) 1 und 7?

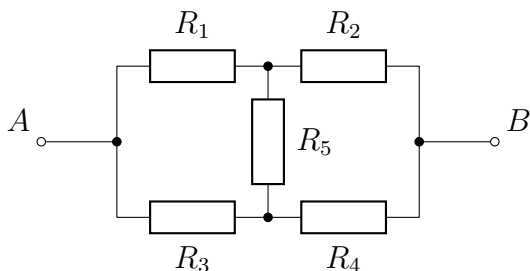
Hinweis: Man nutze Symmetrie und Potentialgleichheit!

### Aufg. 30: Stern-Dreieck-Transformation



Man berechne den Widerstand  $R_{AB}$

- a) mit Hilfe einer Dreieck-Stern-Umformung,
- b) mit Hilfe einer Stern-Dreieck-Umformung.



$$R_1 = 1 \Omega$$

$$R_2 = 2 \Omega$$

$$R_3 = 3 \Omega$$

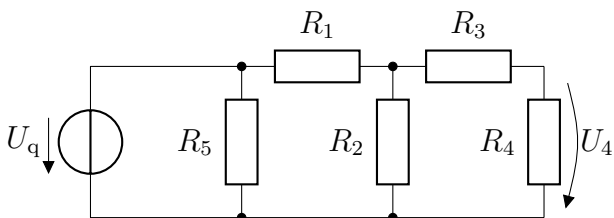
$$R_4 = 4 \Omega$$

$$R_5 = 5 \Omega$$

**Aufg. 31: Spannungs- und Stromteilerregel**

Man berechne die Spannung  $U_4$  zunächst allgemein und dann wertmäßig mit Hilfe der

- Spannungsteilerregel,
- Stromteilerregel.



$$R_1 = R_3 = R_4 = R_5 = 1 \Omega$$

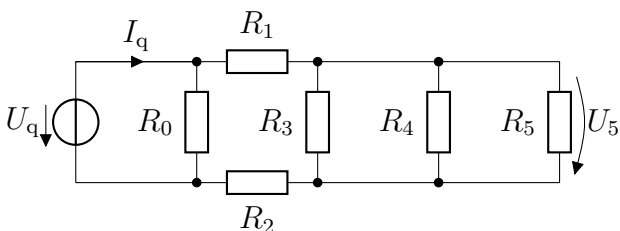
$$R_2 = 2 \Omega$$

$$U_q = 4 \text{ V}$$

**Aufg. 32: Spannungs- und Stromteilerregel**

Man berechne die Spannung  $U_5$  mit Hilfe der

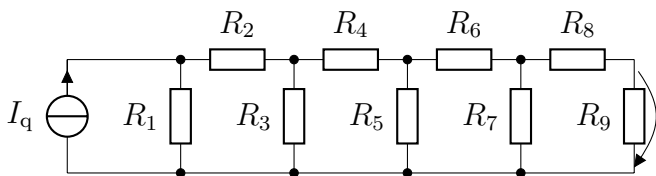
- Spannungsteilerregel für  $U_q = 7 \text{ V}$ ,
- Stromteilerregel für  $I_q = 10 \text{ A}$ .



$$R_0 = R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R_5 = 1 \Omega$$

### Aufg. 33: Stromteilerregel ★★☆☆

Man berechne durch wiederholte Anwendung der Stromteilerregel die Spannung über dem Widerstand  $R_9$ .



$$I_q = 32 \text{ A}$$

$$R_1 = R_3 = R_5 = R_7 = 4 \Omega$$

$$R_2 = R_4 = R_6 = R_8 = R_9 = 2 \Omega$$

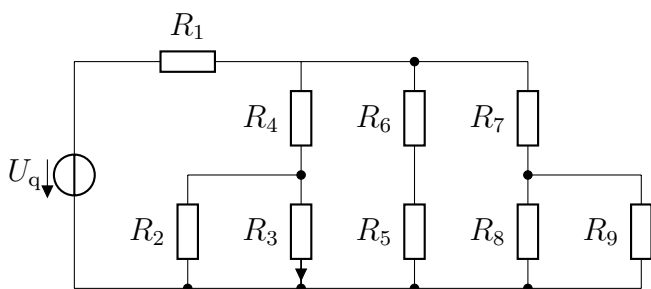
### Aufg. 34: Spannungs- und Stromteilerregel

★★☆☆

Man berechne den Strom durch den Widerstand  $R_3$  allgemein und wertmäßig durch wiederholtes Anwenden

- der Spannungsteilerregel,
- der Stromteilerregel,

- c) der Kirchhoffschen Sätze (Maschen- und Knotensatz) und der Strom-Spannungsbeziehungen an den Bauelementen (Ohmsches Gesetz).
- d) Man diskutiere die Vor- und Nachteile der Anwendung der Spannungs- und Stromteilerregel.



$$R_1 = 20 \Omega$$

$$R_2 = R_3 = R_8 = R_9 = 30 \Omega$$

$$R_4 = R_5 = R_6 = R_7 = 15 \Omega$$

$$U_q = 3 \text{ V}$$

### Aufg. 35: Messbereichserweiterung



Das Messwerk eines Messinstrumentes hat den Widerstand  $R_M$ . Das Messinstrument hat die Maximalwertanzeige bei  $I_M$  und  $U_M$ .

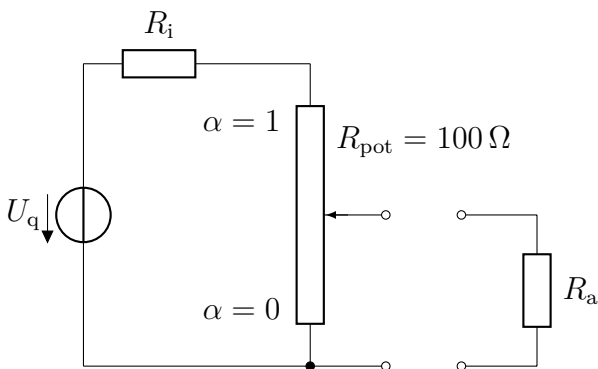
Zur Messbereichserweiterung um den Faktor  $p = I/I_M$  bzw.  $p = U/U_M$  dienen bei der Strommessung ein Nebenwiderstand (Shunt, Parallelwiderstand)  $R_p$  und bei der Spannungsmessung ein Vorwiderstand (Serienwiderstand)  $R_s$ .

Man berechne die erforderlichen Widerstände für die Messbereichserweiterung jeweils als Funktion von  $R_M$  und  $p$ .

### Aufg. 36: Belasteter Spannungsteiler



An eine Gleichspannungsquelle mit  $U_q = 10\text{ V}$  wird ein  $100\ \Omega$  Potentiometer angeschlossen. Die Einstellskala ist linear zwischen den Werten  $\alpha = 0$  und  $\alpha = 1$  geteilt.



Man berechne den einzustellenden Skalenwert  $\alpha$ , wenn an den unbelasteten Potentiometerausgangsklemmen 15 % der Spannung  $U_q$  anliegen sollen für die Fälle:

- ideale Quelle ( $R_i = 0$ ) und
- reale Quelle ( $R_i = 5\ \Omega$ ).

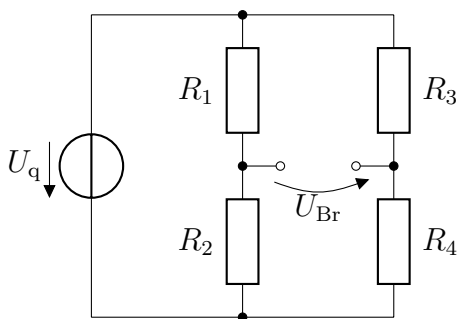
Die Ausgangsklemmen der Schaltung werden mit einem Widerstand  $R_a = 100\ \Omega$  belastet. Es sollen 15 % der Spannung  $U_q$  über  $R_a$  abfallen. Man berechne die Schleiferstellung  $\alpha$  für die Fälle:

- ideale Quelle ( $R_i = 0$ ) und

d) reale Quelle ( $R_i = 5 \Omega$ ).

### Aufg. 37: Wheatstone-Messbrücke ★★☆☆

Die dargestellte Brückenschaltung soll als *Wheatstone*-Messbrücke dienen.



Man berechne die Bedingung für ihren Abgleich ( $U_{Br} = 0$ ).

### Aufg. 38: Parasitäre Kapazität ★☆☆☆

Man berechne die (unerwünschte) Koppelkapazität zwischen zwei aufeinander gewickelten Lagen in einem Transformator. Die Berührungsfläche beträgt  $A = 100 \text{ cm}^2$ . Die Isolation ist insgesamt  $d = 0,2 \text{ mm}$  dick und hat eine relative Permittivität von  $\epsilon_{rel} = 4$ .

Man berechne weiterhin den Strom, der über diese Kapazität fließt, wenn sich die Spannung mit einer Steilheit von  $\Delta u / \Delta t = 200 \frac{\text{V}}{\mu\text{s}}$  ändert.

Hinweis: Die Permittivität des Vakuums beträgt  $\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \frac{\text{As}}{\text{Vm}}$ .

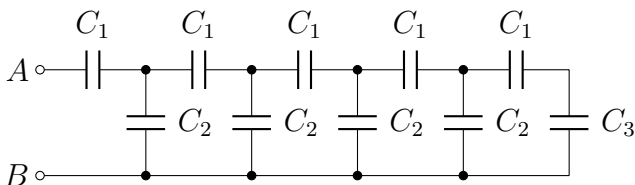
**Aufg. 39: Ladung, Strom und Energie**

Eine Gewitterwolke in  $h = 1$  km Höhe mit einer Fläche von  $A = 1$  km<sup>2</sup> hat sich auf  $U = 100$  MV gegen die Erdoberfläche aufgeladen.

- Wie groß ist die gespeicherte Energie  $W$ ?
- Wie groß ist die gespeicherte Ladungsmenge  $Q$ ?
- Während der Blitzentladung fließt ein Strom von  $I = 100$  kA. Wie groß sind die mittlere Leistungsdichte  $P/V$  und die Stromdichte  $J$  im Entladekanal, wenn dieser zylindrisch mit einem Durchmesser von  $d = 4$  cm und einer Länge von  $l = 1$  km angenommen wird?

**Aufg. 40: Ersatzkapazität** ★☆☆

Man berechne die Kapazität zwischen den Klemmen  $A$  und  $B$ .



$$C_1 = 3 \mu\text{F}$$

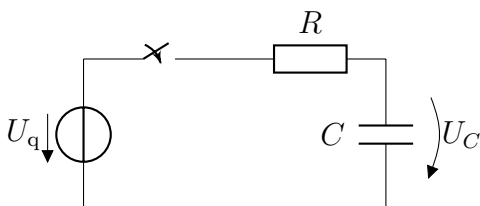
$$C_2 = 4 \mu\text{F}$$

$$C_3 = 6 \mu\text{F}$$



**Aufg. 41: Ladewirkungsgrad** ★☆☆

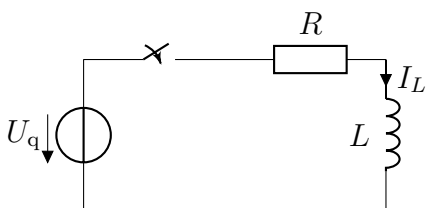
Ein Kondensator  $C$  wird nach Schließen eines Schalters über einen Widerstand  $R$  vollständig aufgeladen.



Wie groß ist der Ladewirkungsgrad  $\eta_{\text{Lade}} = \frac{W_C}{W_{U_q}}$ ?

**Aufg. 42: Gespeicherte Energie** ★★☆☆

Eine Spule  $L$  wird nach Schließen eines Schalters über einen Widerstand  $R$  vollständig aufgeladen. Dazu wird der Schalter zum Zeitpunkt  $t = 0$  geschlossen.



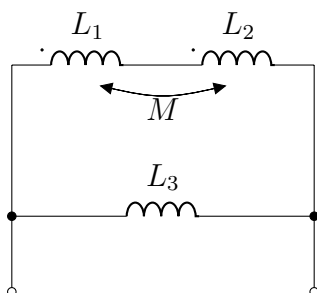
$$U_q = 24 \text{ V} \quad R = 800 \Omega \quad L = 0,5 \text{ H}$$

Wie groß ist die in der Spule gespeicherte Energie  $W$ , nachdem der Strom seinen stationären Endwert erreicht hat?

Wie groß ist die maximale Stromanstiegsgeschwindigkeit und wann tritt sie auf?

**Aufg. 43: Gekoppelte Induktivitäten**

Zwei gekoppelte Wicklungen  $L_1$  und  $L_2$  sind in Reihe geschaltet, parallel dazu die Wicklung  $L_3$ . Man berechne die Ersatzinduktivität.



$$L_1 = 1 \text{ H}$$

$$L_2 = 2 \text{ H}$$

$$M = 0,5 \text{ H}$$

$$L_3 = 3 \text{ H}$$

**Aufg. 44: Induktivität** ★ ★ ☆

Über einer Induktivität  $L$  liegt eine cosinusförmige Spannung mit periodischem Vorzeichensprung:

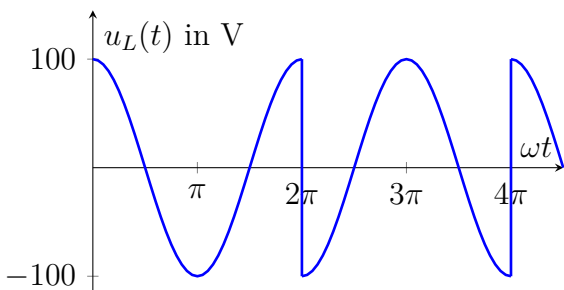
$$u_L(t) = +100 \text{ V} \cdot \cos(\omega t)$$

$$\text{für } 0 + 4\pi \cdot n < \omega t < 2\pi \cdot (2n + 1)$$

$$u_L(t) = -100 \text{ V} \cdot \cos(\omega t)$$

$$\text{für } 2\pi \cdot (2n + 1) < \omega t < 4\pi \cdot (n + 1)$$

$$\text{mit } n = 0, 1, 2, 3, \dots$$



Man berechne zunächst den Strom  $i(t)$  und daraus die Spannung  $u_C(t)$  an einem in Reihe geschalteten Kondensator mit der Kapazität  $C$ . Schließlich skizziere man alle Größen.

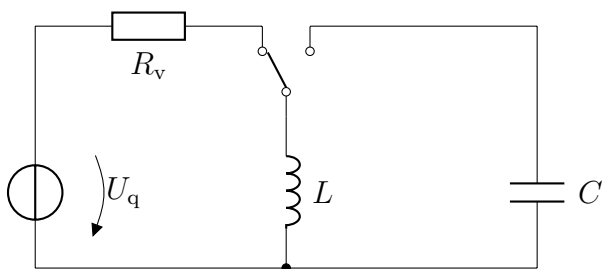
$$\frac{1}{\omega C} = \omega L = 10 \Omega$$

$$u_C(t = 0) = 100 \text{ V}$$

$$i(t = 0) = 0$$

### Aufg. 45: Gespeicherte Energie ★★☆☆

Die Energie, die in einer Induktivität  $L = 1 \text{ mH}$  gespeichert ist, wenn in ihr ein Strom von  $I = 10 \text{ A}$  fließt, wird von einer Kapazität  $C = 100 \text{ nF}$  aufgenommen.

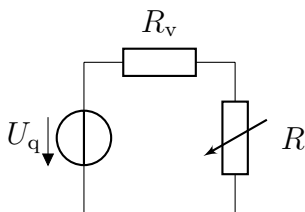


Welche Werte erreicht die Spannung am Kondensator

- wenn der Kondensator zuvor ungeladen war,
- ausgehend von  $U_C = +500 \text{ V}$ ,
- ausgehend von  $U_C = -500 \text{ V}$ ?

### Aufg. 46: Grundstromkreis ★★☆☆

Man bemesse den Vorwiderstand  $R_v$  eines Einstellreglers mit den Nennwerten  $10 \text{ k}\Omega$  und  $0,1 \text{ W}$  so, dass bei beliebiger Einstellung der zulässige Strom nicht überschritten wird. Die Quellspannung beträgt  $U_q = 12 \text{ V}$ .



### Aufg. 47: Reihenschaltung ★★★

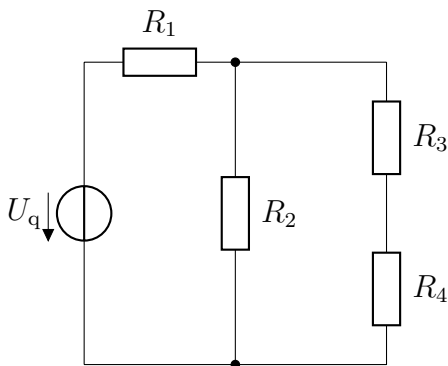
Zwei Glühlampen mit  $230 \text{ V}$  Nennspannung sollen an  $460 \text{ V}$  in Reihenschaltung betrieben werden.

Welche Leistungen würden eine  $75 \text{ W}$ -Lampe und eine  $100 \text{ W}$ -Lampe dabei aufnehmen?

- Die Temperaturabhängigkeit des Widerstandes ist zu vernachlässigen.
- Der Widerstand ändert sich mit der Temperatur und damit auch mit der Leistung. Als Annahme gilt  $R/R_n = (P/P_n)^{0,25}$ , wobei der Index  $n$  für den Nennzustand steht.

**Aufg. 48: Leistung** ★★☆

Welcher Widerstand wird mit der größten Verlustleistung belastet? Wie groß ist diese?



$$U_q = 100 \text{ V}$$

$$R_1 = 30 \Omega$$

$$R_2 = 210 \Omega$$

$$R_3 = 30 \Omega$$

$$R_4 = 75 \Omega$$

**Aufg. 49: Temperaturabhängigkeit** ★★☆

Ein Widerstand mit einem Temperaturkoeffizient von  $\alpha = 0,004 \frac{1}{\text{K}}$  liegt an einer konstanten Spannung. Um wie viel sinkt seine Leistung

- infolge einer Temperaturerhöhung um 100 K?
- bei einem Spannungsrückgang von 10 %?
- infolge beider Einflüsse (näherungsweise und exakt)?

**Aufg. 50: Grundstromkreis** ★ ★ ☆

An einen aktiven Zweipol mit einer Quellspannung von  $U_q = 40 \text{ V}$  und einem Innenwiderstand von  $R_i = 4 \Omega$  wird ein variabler Außenwiderstand  $R_a$  angeschlossen.

Wie groß sind die Spannung  $U_a$ , der Strom  $I_a$ , die Leistung  $P_a$  und der Wirkungsgrad  $\eta$  bei  $R_a = 0$ ;  $2 \Omega$ ;  $4 \Omega$ ;  $10 \Omega$  und  $R_a \rightarrow \infty$ ?

Man stelle die errechneten Größen in Abhängigkeit von  $R_a$  grafisch dar.

**Aufg. 51: Leistungsanpassung** ★ ★ ☆

Ein Akkumulator wird als reale Spannungsquelle betrachtet. Beim Entladen des Akkus an einer  $0,5 \Omega$ -Last stellt sich eine Klemmenspannung von  $3 \text{ V}$  und ein Strom von  $6 \text{ A}$  ein. Beim Aufladen des Akkus wird eine Klemmenspannung von  $9 \text{ V}$  und ein Strom von  $-3 \text{ A}$  gemessen.

Welche Leistung kann der Akku maximal abgeben?

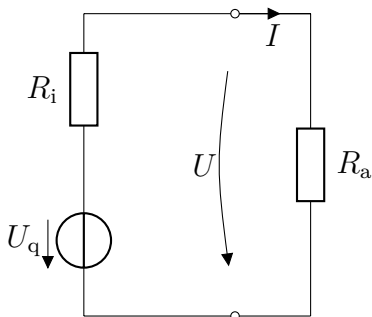
**Aufg. 52: Grundstromkreis** ★ ★ ☆

Ein linearer aktiver Zweipol soll an einem Widerstand  $R_{a1} = 10 \Omega$  eine Leistung  $P_1 = 20 \text{ W}$  abgeben. Bei Verringerung des Widerstandes auf  $R_{a2} = 5 \Omega$  soll die Leistung auf  $P_2 = 30 \text{ W}$  steigen.

Man berechne die Leerlaufspannung und den Innenwiderstand des aktiven Zweipols.

**Aufg. 53: Grundstromkreis** ★★☆

An einer Spannungsquelle mit unbekanntem Innenwiderstand  $R_i$  wurden  $1,5\text{ V}$  im Leerlauf und  $1\text{ V}$  bei  $1\text{ A}$  Stromentnahme gemessen.



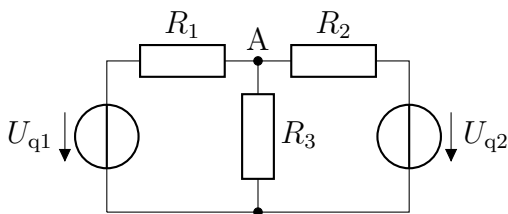
- Man gebe eine Gleichung für die Gerade an, welche die beiden Punkte verbindet, also die Gleichung für die Belastungskennlinie der Quelle.
- Wie groß ist der Innenwiderstand  $R_i$ ?
- Für folgende Fälle sind jeweils der Arbeitspunkt (Klemmenspannung  $U$ , Klemmenstrom  $I$ ) und die Leistung  $P_a$  über dem Außenwiderstand  $R_a$  zu berechnen:
  - Kurzschluss ( $R_a = 0$ ),
  - $R_a = 1\ \Omega$ ,
  - Leistungsanpassung ( $R_a = R_i$ ).

**Aufg. 54: Netzwerkberechnung** ★★☆

Man berechne die Ströme durch die drei Widerstände  $R_1$ ,  $R_2$  und  $R_3$  mit Hilfe der

- Zweigstromanalyse,

b) Maschenstromanalyse.



$$U_{q1} = 5 \text{ V}$$

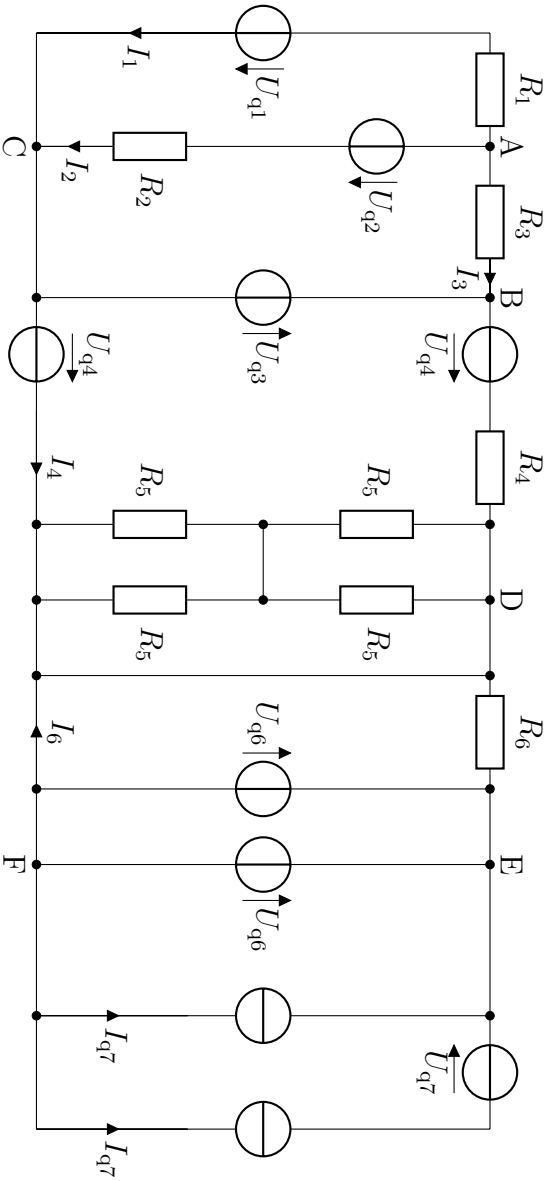
$$U_{q2} = 1 \text{ V}$$

$$R_1 = R_2 = R_3 = 1 \Omega$$

**Aufg. 55: Netzwerkberechnung** ★ ★ ☆

Man untersuche die Schaltung auf Vereinfachungsmöglichkeiten, berechne die Ströme  $I_4$  und  $I_6$  und stelle die zur Berechnung von  $I_3$  nötigen Gleichungen auf.



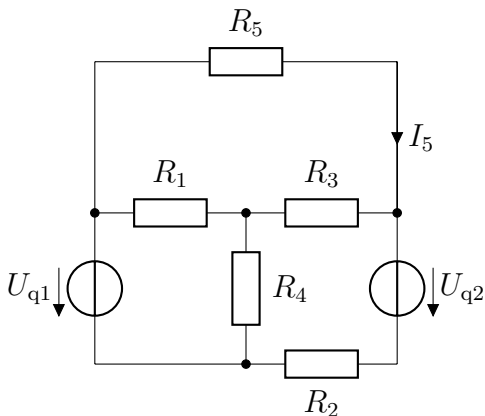


### Aufg. 56: Netzwerkberechnung ★★☆

Man berechne den Strom  $I_5$  mit Hilfe der

- a) Zweigstromanalyse,

- b) Maschenstromanalyse,  
c) Knotenspannungsanalyse.



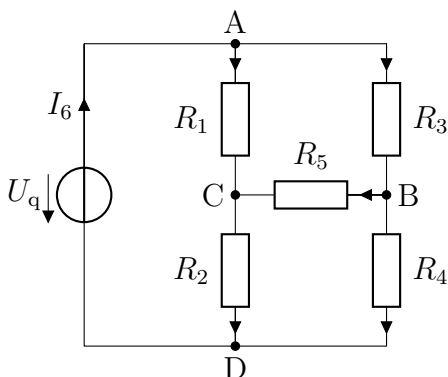
$$\begin{aligned}
 R_1 &= R_5 = 5 \Omega \\
 R_2 &= R_3 = R_4 = 10 \Omega \\
 U_{q1} &= 10 \text{ V} \\
 U_{q2} &= 2 \text{ V}
 \end{aligned}$$

### Aufg. 57: Netzwerkberechnung ★★☆

Für die gezeigte Brückenschaltung ist ein Gleichungssystem zur Berechnung der Ströme gesucht.

- a) Man stelle vier Knotengleichungen auf und zeige, dass nur drei von ihnen unabhängig sind.
- b) Um ein System unabhängiger Maschengleichungen zu finden, markiere man einen vollständigen Baum bzw. ein System unabhängiger Zweige. Man zeichne mehrere Bäume.

- c) Man vergleiche die Anzahl der Variablen mit der der Gleichungen.
- d) Man stelle drei unabhängige Maschengleichungen auf und zeige, dass sich alle anderen durch Addition aus ihnen berechnen lassen.



Zusatzaufgaben:

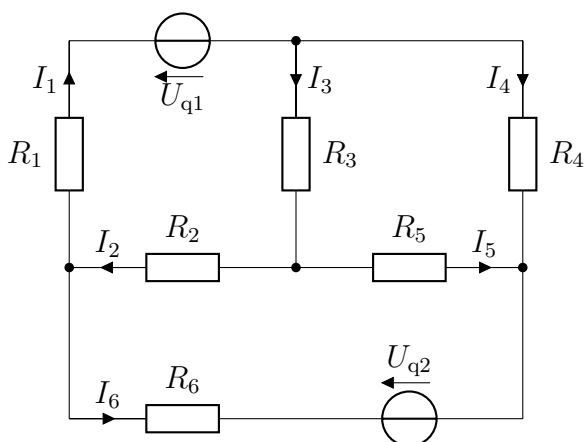
- Wie kann das aufgestellte Gleichungssystem genutzt werden, um den Widerstand  $R_{AB}$  zu bestimmen?
- Man benutze die in Aufgabe 30 gegebenen Werte für die Widerstände  $R_1$  bis  $R_5$ , setze die Quellspannung z. B. auf  $U_q = 1 \text{ V}$ , löse das Gleichungssystem und berechne den Widerstand  $R_{AB}$ .
- Man vergleiche das Ergebnis für den Widerstand  $R_{AB}$  mit dem von Aufgabe 30 und diskutiere die Vor- und Nachteile der jeweiligen Rechenwege.

**Aufg. 58: Netzwerkberechnung** ★★☆☆

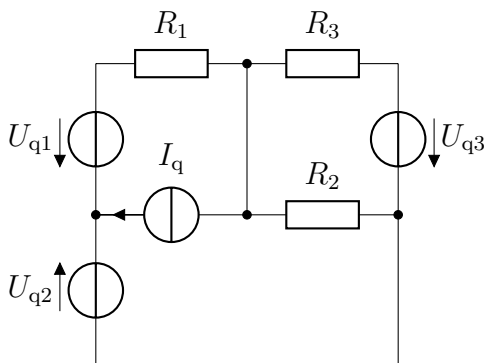
Man gebe ein Gleichungssystem zur Berechnung der Ströme  $I_1$  bis  $I_6$  unter Verwendung der

- Zweigstromanalyse
- Maschenstromanalyse

an.

**Aufg. 59: Zweigstromanalyse** ★★☆☆

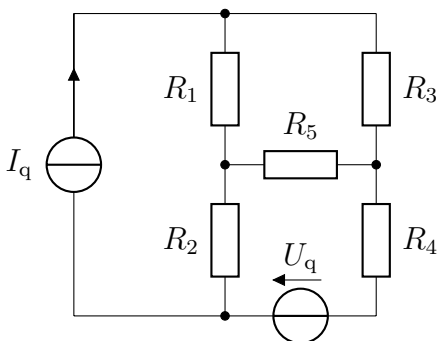
Gesucht ist ein Gleichungssystem zur Berechnung aller Ströme in der gezeigten Schaltung mit Hilfe der Zweigstromanalyse.



### Aufg. 60: Netzwerkberechnung ★★☆

Man stelle ein zur Berechnung aller Ströme erforderliches Gleichungssystem mittels

- Zweigstromanalyse auf. Warum benötigt man 5 Gleichungen mit 5 Unbekannten?
- Maschenstromanalyse auf. Warum genügen 2 Gleichungen mit 2 Unbekannten?

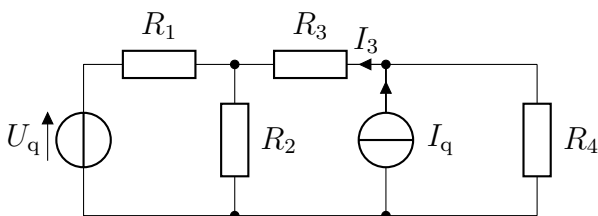


### Aufg. 61: Netzwerkberechnung ★★☆

Man berechne den Strom  $I_3$  allgemein

- mit Hilfe der Zweipoltheorie,

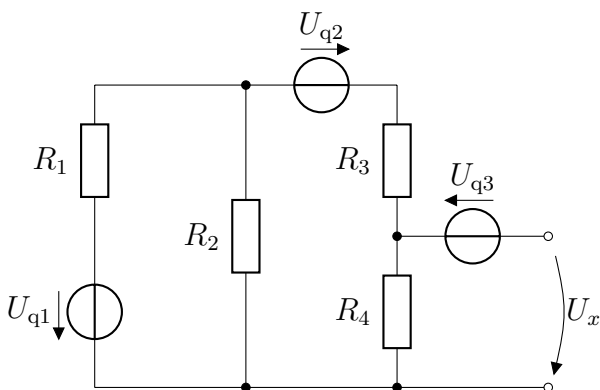
b) durch Superposition von  $I_{3(U_q)}$  und  $I_{3(I_q)}$ .



### Aufg. 62: Netzwerkberechnung ★★☆☆

Man berechne die Spannung  $U_x$

- durch Superposition,
- mittels Zweipoltheorie (Widerstand  $R_4$  abtrennen).



$$R_1 = R_2 = 20 \, \Omega$$

$$R_3 = 10 \, \Omega$$

$$R_4 = 40 \, \Omega$$

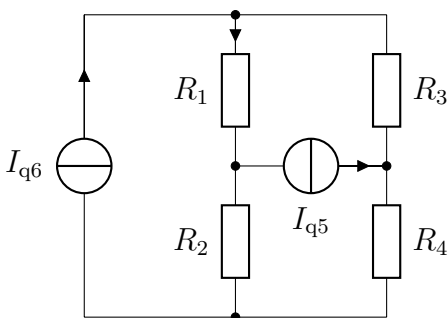
$$U_{q1} = 4 \, \text{V}$$

$$U_{q2} = U_{q3} = 3 \, \text{V}$$

**Aufg. 63: Netzwerkberechnung** ★ ★ ☆

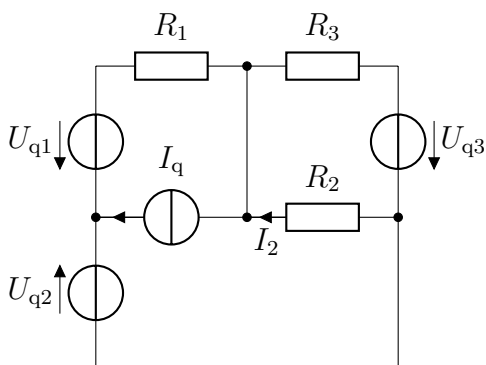
Man berechne den Strom  $I_1$  allgemein

- durch Superposition,
- mit Hilfe der Maschenstromanalyse (unter Verwendung von nur einer Maschengleichung),
- durch Knotenspannungsanalyse.

**Aufg. 64: Netzwerkberechnung** ★ ★ ☆

Man berechne den Strom  $I_2$  allgemein

- durch Superposition,
- mittels Zweipoltheorie,
- mittels Knotenspannungsanalyse.



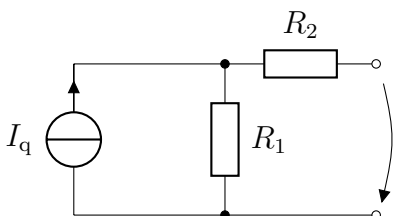
**Aufg. 65: Zweipoltheorie** ★★☆☆

Man errechne die Ersatzparameter

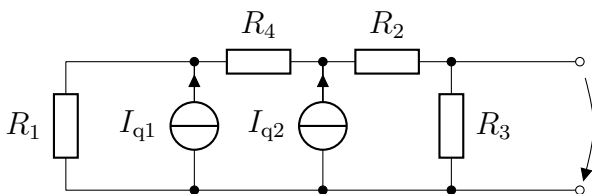
- Leerlaufspannung,
- Innenwiderstand
- und Kurzschlussstrom

folgender Zweipole.

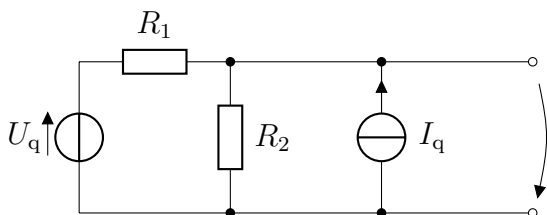
a)



b)

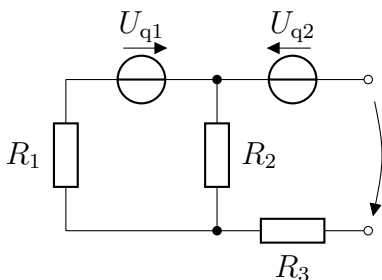


c)

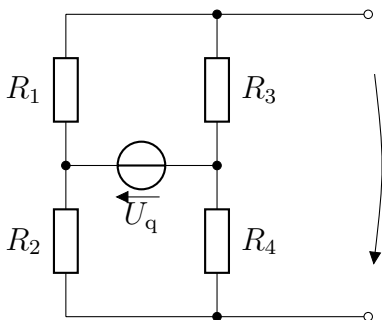




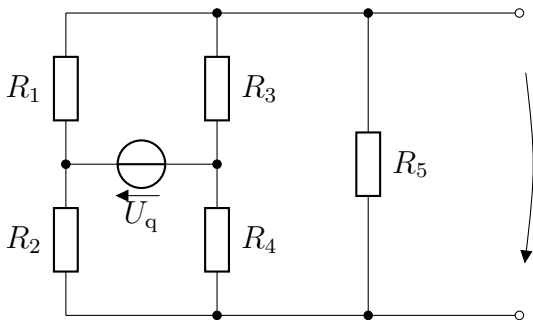
d)



e)



f)

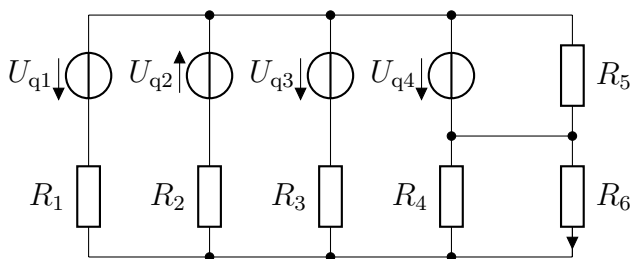


### Aufg. 66: Zweipoltheorie ★★☆

Der Strom durch den Widerstand  $R_6$  ist

- allgemein
- wertmäßig

zu berechnen. Eine Vereinfachung der Schaltung ist durch Umformung von Spannungsquellen in Stromquellen und Zusammenfassung möglich.



$$U_{q1} = U_{q3} = 10 \text{ V}$$

$$U_{q2} = 5 \text{ V}$$

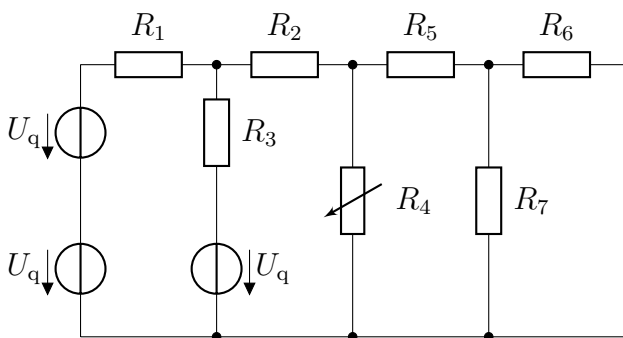
$$U_{q4} = 2,5 \text{ V}$$

$$R_1 = 0,5 \Omega$$

$$R_2 = R_3 = R_4 = R_5 = R_6 = 1 \Omega$$

### Aufg. 67: Leistungsanpassung ★★ ★

Welche Leistung kann der Widerstand  $R_4$  maximal aufnehmen?

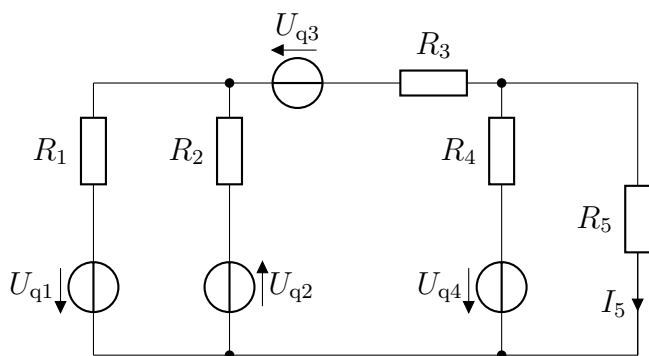


$$\begin{aligned}
 U_q &= 2 \text{ V} \\
 R_1 &= R_6 = 6 \Omega \\
 R_2 &= R_5 = 3 \Omega \\
 R_3 &= R_7 = 2 \Omega
 \end{aligned}$$

### Aufg. 68: Netzwerkberechnung ★★☆☆

Man berechne den Strom  $I_5$  mit Hilfe der

- Zweipoltheorie,
- Maschenstromanalyse.

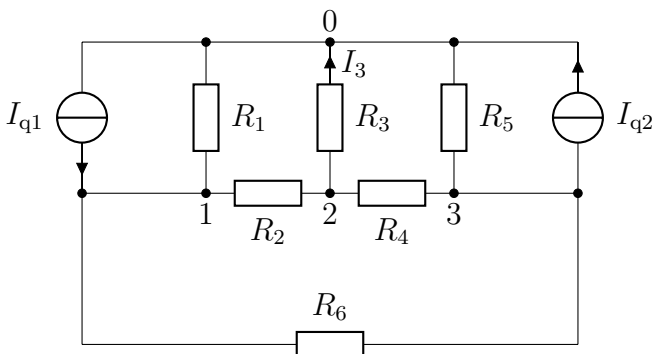


$$\begin{aligned}
 U_{q1} &= U_{q3} = 10 \text{ V} \\
 U_{q2} &= U_{q4} = 20 \text{ V} \\
 R_1 &= R_3 = 10 \Omega \\
 R_2 &= R_5 = 20 \Omega \\
 R_4 &= 5 \Omega
 \end{aligned}$$

**Aufg. 69: Netzwerkberechnung** ★ ★ ☆

Man berechne den Strom  $I_3$  durch den Widerstand  $R_3$  mittels

- Knotenspannungsanalyse,
- Maschenstromanalyse.



$$I_{q1} = 2 \text{ A}$$

$$I_{q2} = 1 \text{ A}$$

$$R_3 = 0,5 \Omega$$

$$R_2 = 1 \Omega$$

$$R_1 = R_6 = 2 \Omega$$

$$R_4 = R_5 = 5 \Omega$$

**Aufg. 70: Diodenkennlinie** ★ ★ ☆

Gegeben ist die Gleichung der Kennlinie einer Diode (*Shockley*-Gleichung):

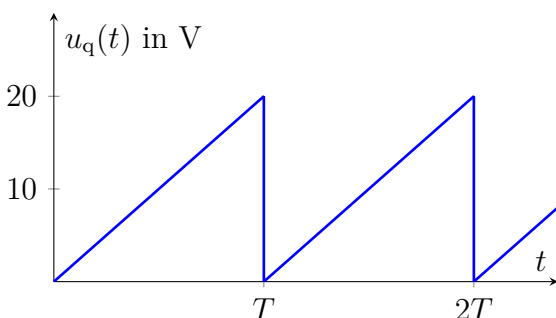
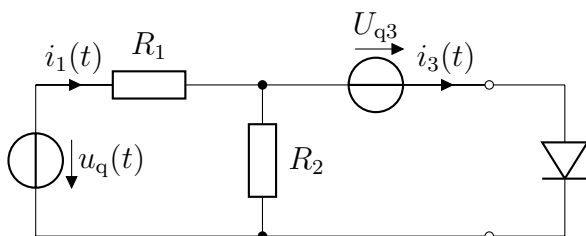
$$I = 1 \text{ pA} \cdot \left( e^{\frac{U}{25 \text{ mV}}} - 1 \right) .$$

- a) Sie ist für  $I < 1$  A darzustellen und durch eine Näherungsgerade zu ersetzen (Stützpunkte 0,2 A und 0,9 A).
- b) Man berechne den differentiellen Widerstand  $\frac{dU}{dI}$  in Abhängigkeit von  $I$ .

### Aufg. 71: Konstruktion von Kennlinien



Man konstruiere die Kennlinie  $i_1 = f(u_q)$  der Zusammenschaltung der in Aufgabe 70 gegebenen Diode mit den Elementen  $U_{q3} = 10$  V,  $R_1 = 1 \Omega$  und  $R_2 = 10 \Omega$ .



Durch Spiegelung des gegebenen Verlaufs der Quellspannung  $u_q(t)$  an der konstruierten Kennlinie bestimme man dann punktweise  $i_1(t)$ .

## Aufg. 72: Zweipoltheorie und Nichtlinearitäten ★★☆

Man berechne die Ersatzparameter des aktiven Zweipols in Aufgabe 71 und bestimme durch Spiegelung den Diodenstrom  $i_3(t)$  aus der mit dem Ersatzinnenwiderstand  $R_{i,ers}$  „gescherten“ Diodenkennlinie.

## Aufg. 73: Diodenkennlinie ★★★

Wie verteilt sich ein Strom von  $I = 10 \text{ A} = I_1 + I_2$  auf zwei parallel geschaltete Dioden mit folgenden Kennlinien:

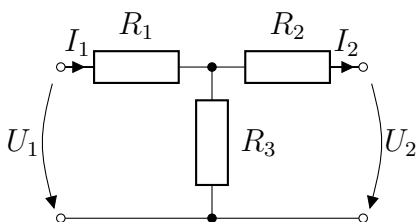
$$I_1 = 1 \text{ pA} \cdot \left( e^{\frac{U}{25 \text{ mV}}} - 1 \right) \quad \text{und} \quad I_2 = 1 \text{ pA} \cdot \left( e^{\frac{U}{24 \text{ mV}}} - 1 \right) ?$$

Wie kann eine Linearisierung wie bei Aufgabe 70 zur näherungsweisen Lösung benutzt werden?

## Aufg. 74: Vierpoltheorie ★★☆

Man berechne für den gezeigten Vierpol die

- $r$ -Parameter,
- $g$ -Parameter,
- $h$ -Parameter,
- $a$ -Parameter.



$$R_1 = 10 \Omega$$

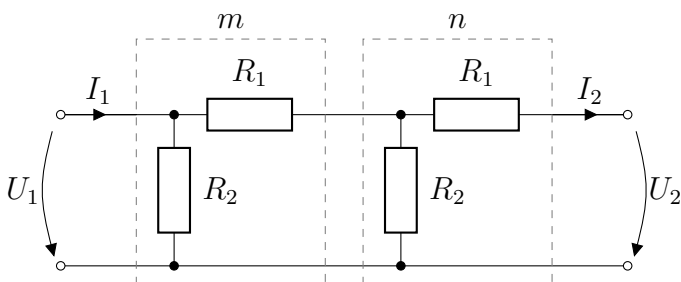
$$R_2 = 20 \Omega$$

$$R_3 = 30 \Omega$$

### Aufg. 75: Kettenschaltung ★★☆

Man berechne die  $a$ -Parameter der gezeigten Kettenschaltung der Vierpole  $m$  und  $n$

- durch Multiplikation der Vierpolmatrizen  $[\mathbf{a}_m]$  und  $[\mathbf{a}_n]$ ,
- direkt aus den Spannungen  $U_1$  und  $U_2$  sowie den Strömen  $I_1$  und  $I_2$ .



$$R_1 = 4 \Omega$$

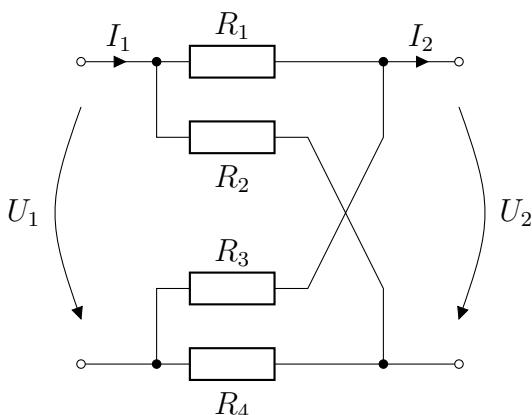
$$R_2 = 2 \Omega$$

**Aufg. 76: Vierpoltheorie** ★★☆☆

Man berechne die  $g$ -Parameter des in Aufgabe 75 skizzierten Vierpols mit  $R_1 = 1\ \Omega$  und  $R_2 = 2\ \Omega$ .

**Aufg. 77: Vierpoltheorie** ★★★

Man berechne allgemein die  $g$ -Parameter des gezeigten Vierpols.

**Aufg. 78: Vierpoltheorie** ★★★

Aus den Definitionen der  $g$ - und der  $h$ -Parameter errechne man die allgemeingültigen Umrechnungsbeziehungen zwischen ihnen.

**Aufg. 79: Vierpoltheorie** ★★☆☆

Man berechne unter Verwendung der Vierpolparameter nach Aufgabe 74a)

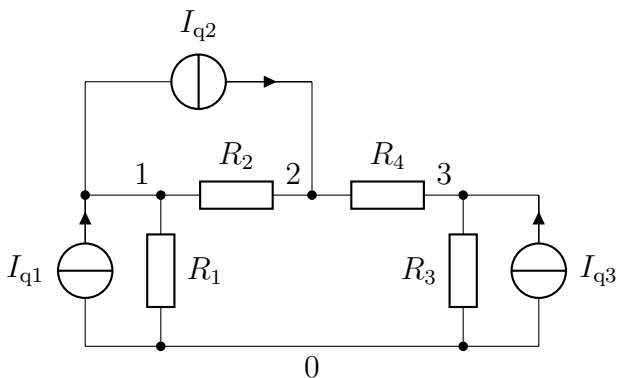


- a) welche Ströme  $I_1$ ,  $I_2$  und welche Spannung  $U_2$  sich am Vierpol einstellen, wenn eine Eingangsspannung von  $U_1 = 50 \text{ V}$  angelegt wird und der Vierpol ausgangsseitig mit  $R_a = 10 \Omega$  abgeschlossen ist,
- b) welche Eingangsspannung  $U_1$  notwendig ist, um im ausgangsseitigen Lastwiderstand von  $R_a = 17,5 \Omega$  einen Strom von  $I_2 = 1,5 \text{ A}$  zu erhalten.

### Aufg. 80: Knotenspannungsanalyse



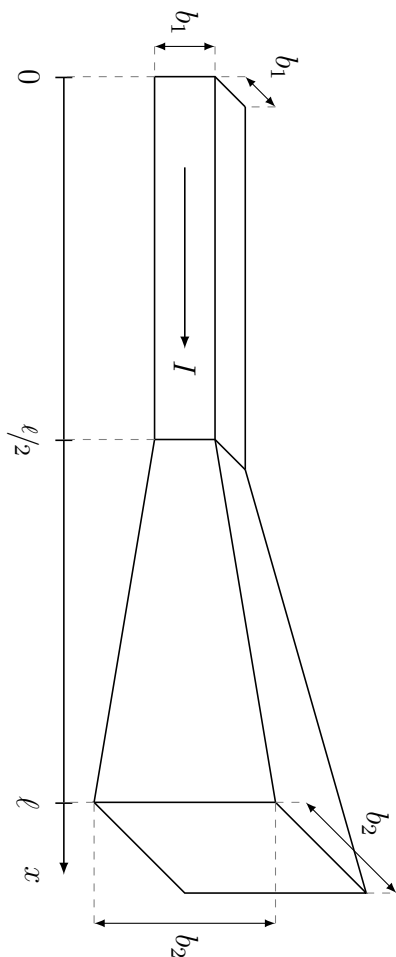
Man stelle unter Verwendung der Knotenspannungsanalyse die zur Berechnung aller Zweigströme notwendigen Gleichungen auf.



### Aufg. 81: Stromdichte ★★☆

Eine Stromschiene mit variablem Querschnitt wird in  $x$ -Richtung von einem Strom  $I$  durchflossen. Der Strom tritt in Fläche 1 ein und aus Fläche 2 aus.

Man berechne mit  $b_2 = 3 \cdot b_1$  die Stromdichte in Abhängigkeit von der Ortskoordinate  $x$ , d. h.  $J = f(x)$ . Die Stromdichte ist in normierter Form  $\frac{J(x)}{J(0)}$  grafisch darzustellen.

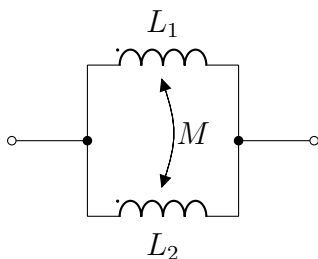


## Aufg. 82: Gekoppelte Induktivitäten



Zwei gekoppelte Wicklungen  $L_1$  und  $L_2$  sind parallel geschaltet. Man berechne die Ersatzinduktivität

allgemein und als Wert.



$$L_1 = 1 \text{ H}$$

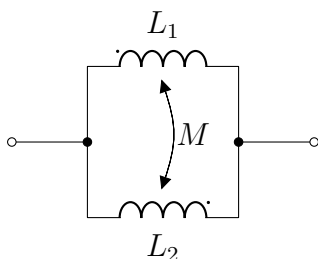
$$L_2 = 2 \text{ H}$$

$$M = 0,5 \text{ H}$$

### Aufg. 83: Gekoppelte Induktivitäten



Zwei gekoppelte Wicklungen  $L_1$  und  $L_2$  sind wie in Aufgabe 82 parallel geschaltet, allerdings ist die Kopplung hier gegensinnig. Man berechne erneut die Ersatzinduktivität allgemein und als Wert.



$$L_1 = 1 \text{ H}$$

$$L_2 = 2 \text{ H}$$

$$M = 0,5 \text{ H}$$

**Aufg. 84: Knotenspannungsanalyse**

Man berechne unter Verwendung der Knotenspannungsanalyse die Ersatzwiderstände zwischen den Eckpunkten

- a) 1 und 2,
- b) 1 und 3,
- c) 1 und 7

des in Aufgabe 29 gezeigten Widerstandswürfels.

Gegenüber Aufgabe 29 sollen die zwölf Widerstände die Werte

$$R_{12} = 12 \Omega$$

$$R_{14} = 14 \Omega$$

$$R_{15} = 15 \Omega$$

$$R_{23} = 23 \Omega$$

$$R_{26} = 26 \Omega$$

$$R_{34} = 34 \Omega$$

$$R_{37} = 37 \Omega$$

$$R_{48} = 48 \Omega$$

$$R_{56} = 56 \Omega$$

$$R_{58} = 58 \Omega$$

$$R_{67} = 67 \Omega$$

$$R_{78} = 78 \Omega$$

haben, wobei  $R_{ij}$  den Widerstand an der Kante von  $i$  nach  $j$  des Würfels bezeichnet.

**Aufg. 85: Differentieller Widerstand**

An einem Bauelement wurde folgender Zusammenhang zwischen Spannung und Strom ermittelt.

$$U = 0,7 \text{ V} + 2 \frac{\text{V}}{\text{A}} \cdot I$$

Man berechne den Gleichstromwiderstand  $R$  und den differentiellen Widerstand  $r_D$  bei einem Strom von  $I = 20 \text{ mA}$ .

**Aufg. 86: Differentieller Widerstand eines Varistors** ★★☆☆

Die Strom-Spannungs-Kennlinie eines Varistors (vom englischen „variable resistor“) kann durch folgende Formel angenähert werden:

$$|I| = \left( \frac{|U|}{U_{1\text{A}}} \right)^n \cdot 1 \text{ A}$$

Dabei ist  $U_{1\text{A}}$  der Spannungsabfall über dem Varistor bei einem Strom von 1 A. Der Exponent  $n$  bestimmt die Steigung der Kennlinie und liegt typischerweise bei  $n \approx 5$  für Varistoren aus Siliziumkarbid und bei  $n > 20$  für Zinkoxid-Varistoren.

Man zeichne die Strom-Spannungs-Kennlinie für  $U_{1\text{A}} = 300 \text{ V}$  und  $n = 20$ . Weiterhin berechne man den Gleichstromwiderstand  $R$  und den differentiellen Widerstand  $r_D$  bei einem Strom von  $I = 5 \text{ A}$ .

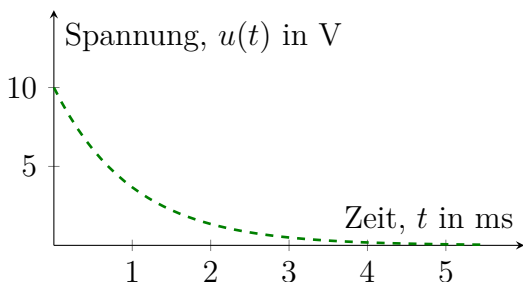
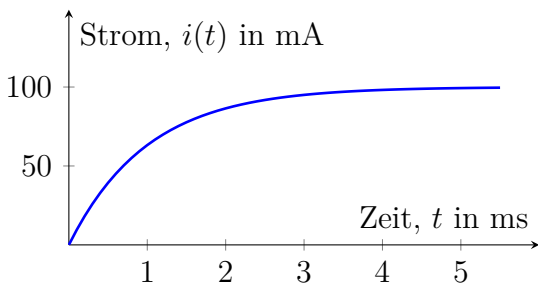
Für welche Anwendung lässt sich ein solches Bauelement einsetzen?

## Ergebniskontrolle

1.  $t = 104,7 \text{ s}$

2.  $\frac{W}{\text{kWh}} = 10,7 \cdot 10^{-9} \cdot \frac{\text{m}}{\text{kg}} \cdot \left(\frac{\text{v}}{\frac{\text{km}}{\text{h}}}\right)^2$   
 $W = 0,482 \text{ kWh}$

3.  $u(t) = 10 \text{ V} \cdot e^{-\frac{t}{1 \text{ ms}}}$

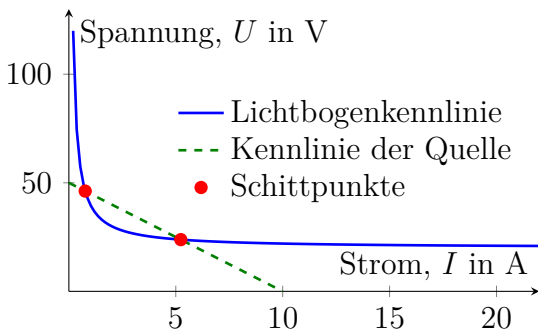


4.  $U_2 = 0,316 \text{ V}$

5.  $F = 500 \text{ N}$

6.  $P_{\text{el}} = 2,16 \text{ kW}$

7.



Schnittpunkte:

23,82 V / 5,236 A und 46,18 V / 0,764 A

8.  $F = -4,6 \cdot 10^{-24} \text{ N}$

9.  $Q = 240 \text{ A s}$ ;  $F = 1,294 \cdot 10^{14} \text{ N}$

10.  $F = 2,306 \cdot 10^{-4} \text{ N}$ ;  $E = 1,44 \cdot 10^{15} \frac{\text{V}}{\text{m}}$

11. a)  $F = 1,602 \cdot 10^{-15} \text{ N}$

b)  $a = 1,76 \cdot 10^{15} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

c)  $v = 1760 \frac{\text{km}}{\text{s}}$

d)  $s = 1,4 \text{ cm}$

e)  $v = 10\,028,3 \frac{\text{km}}{\text{s}}$

12.  $0 \leq t < 1 \text{ s}$  :

$$i(t) = 1 \frac{\text{A}}{\text{s}} \cdot t$$

$$Q(t) = \frac{1}{2} \frac{\text{A}}{\text{s}} \cdot t^2$$

$1 \text{ s} \leq t < 3 \text{ s}$  :

$$i = 1 \text{ A}$$

$$Q(t) = 1 \text{ A} \cdot t - 0,5 \text{ A s}$$

$3 \text{ s} \leq t < 4 \text{ s}$  :

$$i = 0$$

$$Q = 2,5 \text{ A s}$$

$4 \text{ s} \leq t < 5 \text{ s}$  :

$$i = -2 \text{ A}$$

$$Q(t) = -2 \text{ A} \cdot t + 10,5 \text{ A s}$$

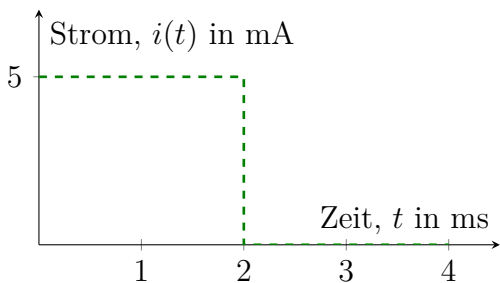
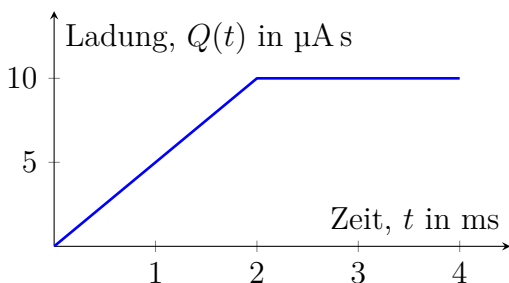
$5 \text{ s} \leq t \leq 6 \text{ s}$  :

$$i(t) = 1 \frac{\text{A}}{\text{s}} \cdot t - 6 \text{ A}$$

$$Q(t) = \frac{1}{2} \frac{\text{A}}{\text{s}} \cdot (t - 6 \text{ s})^2$$

13. a)  $0 \leq t < 2 \text{ ms} : i = 5 \text{ mA}$

$2 \text{ ms} \leq t : i = 0$



b)  $0 \leq t < 1 \mu\text{s} :$

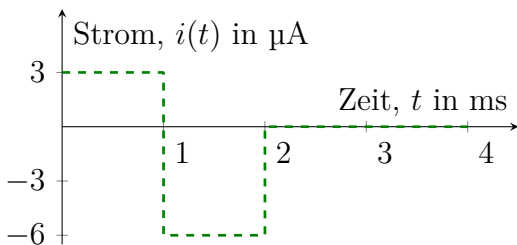
$$Q(t) = 3 \mu\text{A} \cdot t + 4 \text{ pA s}$$

$1 \mu\text{s} \leq t < 2 \mu\text{s} :$

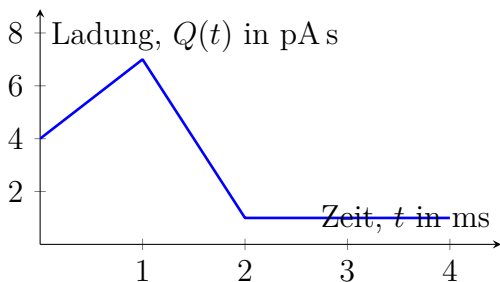
$$Q(t) = -6 \mu\text{A} \cdot t + 13 \text{ pA s}$$

$2 \mu\text{s} \leq t :$

$$Q = 1 \text{ pA s}$$

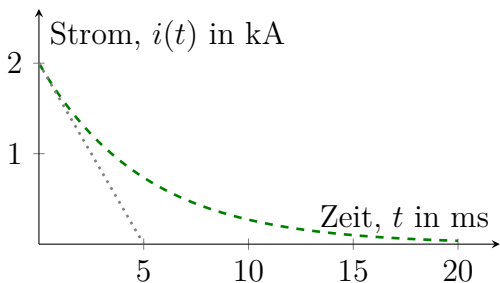
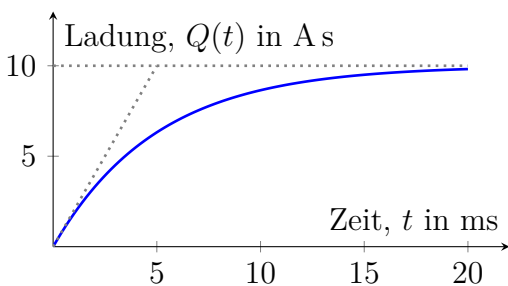






c)  $f = 50 \text{ Hz}$

d)  $i(t) = 2000 \text{ A} \cdot e^{-\frac{t}{5 \text{ ms}}}$



14. a)  $0 \leq t < 1 \text{ s} : i = 0$   
 $1 \text{ s} \leq t < 3 \text{ s} : i = 0,5 \text{ A}$   
 $3 \text{ s} \leq t < 4 \text{ s} : i = -1 \text{ A}$   
 $4 \text{ s} \leq t < 5 \text{ s} : i = 0$   
 $5 \text{ s} \leq t < 7 \text{ s} : i = -0,5 \text{ A}$   
 $7 \text{ s} \leq t \leq 8 \text{ s} : i = 1 \text{ A}$

$$\text{b) } 0 \leq t < 1 \text{ s:}$$

$$Q = 0$$

$$1 \text{ s} \leq t < 3 \text{ s:}$$

$$Q(t) = \frac{1}{4} \frac{\text{A}}{\text{s}} \cdot (t - 1 \text{ s})^2$$

$$3 \text{ s} \leq t < 4 \text{ s:}$$

$$Q(t) = -\frac{1}{2} \frac{\text{A}}{\text{s}} \cdot (t - 4 \text{ s})^2 + 1,5 \text{ A s}$$

$$4 \text{ s} \leq t < 5 \text{ s:}$$

$$Q = 1,5 \text{ A s}$$

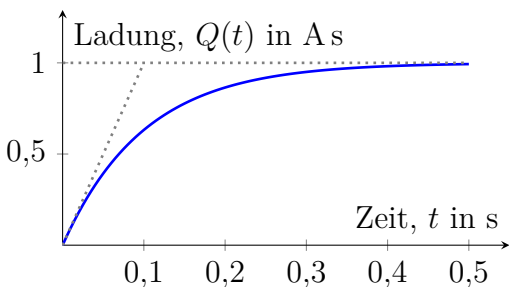
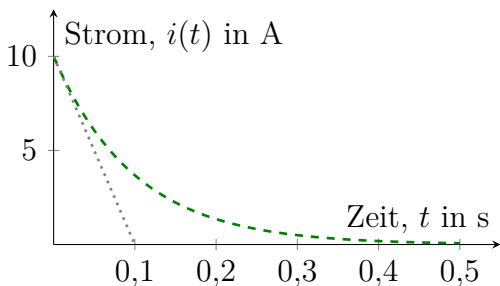
$$5 \text{ s} \leq t < 7 \text{ s:}$$

$$Q(t) = -\frac{1}{4} \frac{\text{A}}{\text{s}} \cdot (t - 5 \text{ s})^2 + 1,5 \text{ A s}$$

$$7 \text{ s} \leq t \leq 8 \text{ s:}$$

$$Q(t) = \frac{1}{2} \frac{\text{A}}{\text{s}} \cdot (t - 8 \text{ s})^2$$

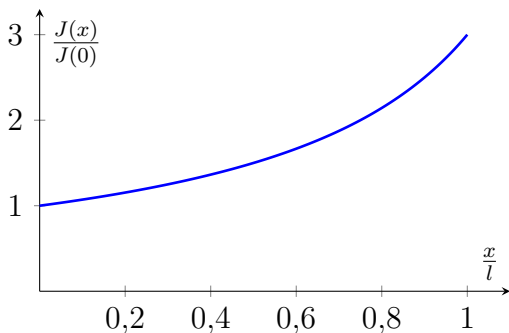
15. a)



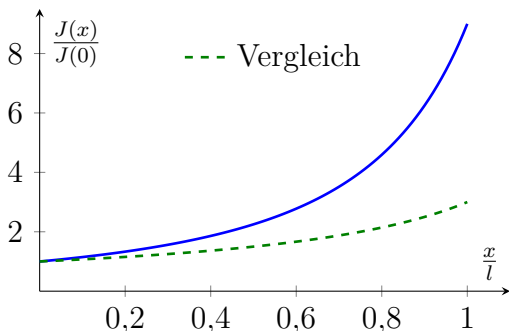
$$\text{b) } Q(t = 3\tau) = 0,95 \text{ A s}$$

$$\text{c) } n = 5,9 \cdot 10^{18}$$

$$16. \frac{J(x)}{J(0)} = \frac{1}{1 - \frac{2}{3} \cdot \frac{x}{l}}$$



$$17. \frac{J(x)}{J(0)} = \frac{1}{\left(1 - \frac{2}{3} \cdot \frac{x}{l}\right)^2}$$



$$18. U_q = 8 \text{ V}; U_3 = 6 \text{ V}; U_{AB} = 1 \text{ V}$$

$$19. U_{AB} = -24 \text{ V}; R_{BC} = 3 \Omega; U_{CD} = 12 \text{ V}; \\ R_{DE} = 1 \Omega; R_{EF} = 2 \Omega; U_{AF, \text{leer}} = -12 \text{ V}$$

$$20. I = 10 \text{ A}; J = 4 \frac{\text{A}}{\text{mm}^2}$$

$$21. \text{ a) } N = 1792$$

$$\text{ b) } A_{\text{Cu}} = 0,04464 \text{ mm}^2$$

$$\text{ c) } R = 107,5 \Omega; I = 0,2232 \text{ A}$$

$$22. \text{ a) } I \approx 1 \text{ A}; J \approx 8 \frac{\text{A}}{\text{mm}^2}$$

$$23. F_{\text{rel}} = -7,4\%$$

$$24. R_1 = 5 \text{ k}\Omega; R_2 = 1,25 \text{ k}\Omega$$

25. a)  $\vartheta = 47,5^\circ\text{C}$

b) 10 %

26.  $\frac{R_1}{R_2} = 0,618$

27.  $\frac{R_1}{R_2} = \frac{1}{2} \cdot (k - 2 \pm \sqrt{k^2 - 4k})$ ;  $k_{\min} = 4$

28. a)  $R_{AB} = 0,8\ \Omega$

b)  $R_{CD} = 0,619 \cdot R$

c)  $R_{EF} = 2\ \Omega = R_w$

29. a)  $R_{12} = 583\ \Omega$

b)  $R_{13} = 750\ \Omega$

c)  $R_{17} = 833\ \Omega$

30.  $R_{AB} = 2,094\ \Omega$

31.  $U_4 = 1\ \text{V}$

32. a)  $U_5 = 1\ \text{V}$

b)  $U_5 = 1\ \text{V}$

33.  $U_9 = 4\ \text{V}$

34.  $I_3 = 0,016\ 67\ \text{A}$

35. Strommessung:  $R_p = \frac{R_M}{p-1}$

Spannungsmessung:  $R_s = R_M \cdot (p - 1)$

36. a)  $\alpha = 0,15$

b)  $\alpha = 0,1575$

c)  $\alpha = 0,1713$

d)  $\alpha = 0,1811$

37.  $\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4}$

38.  $C = 1,771\ \text{nF}$ ;  $i = 354\ \text{mA}$

39. a)  $W = 12,3 \text{ kW h}$

b)  $Q = 0,8855 \text{ A s}$

c)  $J = 79,6 \frac{\text{A}}{\text{mm}^2}$

d)  $\frac{P}{V} = 7,96 \frac{\text{MW}}{\text{cm}^3}$

40.  $C_{AB} = 2 \mu\text{F}$

41.  $\eta_{\text{Lade}} = 50 \%$

42.  $W = 0,225 \text{ mW s}$ ;  $\left(\frac{di}{dt}\right)_{\text{max}} = 48 \frac{\text{A}}{\text{s}}$  bei  $t = 0$

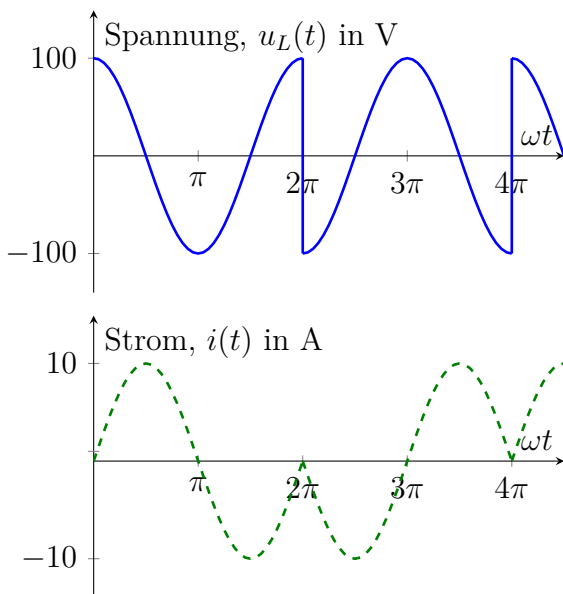
43.  $L_{\text{ers}} = 1,71 \text{ H}$

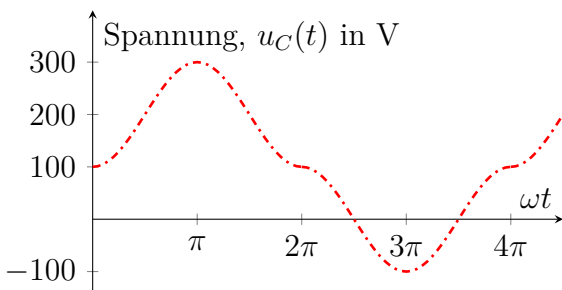
44. 1. Periode:  $i(t) = 10 \text{ A} \cdot \sin(\omega t)$   
 $u_C(t) = 200 \text{ V} - 100 \text{ V} \cdot \cos(\omega t)$

2. Periode:  $i(t) = -10 \text{ A} \cdot \sin(\omega t)$   
 $u_C(t) = 100 \text{ V} \cdot \cos(\omega t)$

3., 5., 7., ... Periode: wie 1. Periode

4., 6., 8., ... Periode: wie 2. Periode





45. a)  $U_C = 1000 \text{ V}$

b)  $U_C = 1118 \text{ V}$

c)  $U_C = 1118 \text{ V}$

46.  $R_v \geq 3,8 \text{ k}\Omega$

47. a)  $P_{75} = 97,96 \text{ W}; P_{100} = 73,47 \text{ W}$

b)  $P_{75} = 105,1 \text{ W}; P_{100} = 65,0 \text{ W}$

48.  $P_4 = 33,33 \text{ W}$

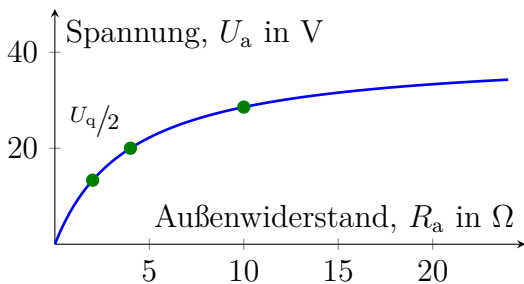
49. a)  $-28,6 \%$

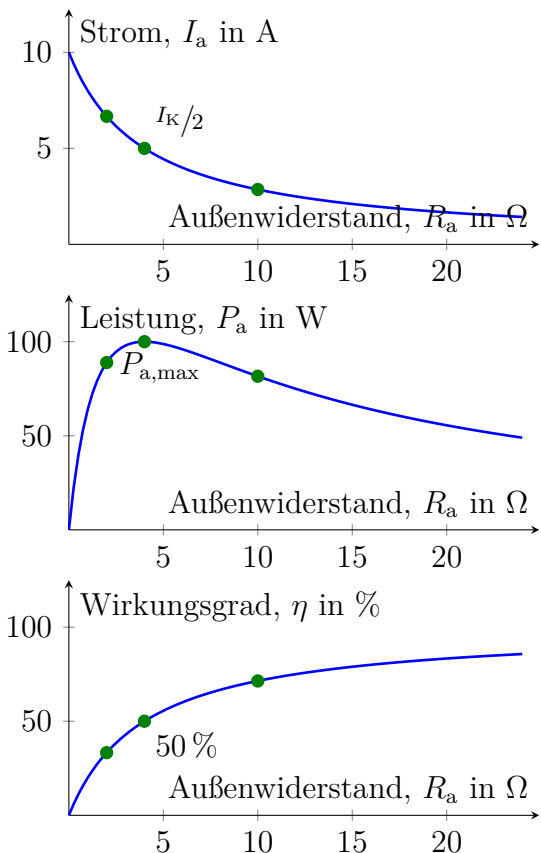
b)  $-19 \%$

c)  $-42,2 \%$  (exakt)

$-47,6 \%$  (näherungsweise)

50.





51.  $P_{a,max} = 18,375 \text{ W}$

52.  $U_q = 16,71 \text{ V}; R_i = 1,82 \Omega$

53. a)  $U = 1,5 \text{ V} - 0,5 \Omega \cdot I$

b)  $R_i = 0,5 \Omega$

c)  $0 \text{ V} / 3 \text{ A} / 0 \text{ W}$  (Kurzschluss)

$1 \text{ V} / 1 \text{ A} / 1 \text{ W}$  ( $R_a = 1 \Omega$ )

$0,75 \text{ V} / 1,5 \text{ A} / 1,125 \text{ W}$  (Leistungsanpassung)

54.  $I_1 = 3 \text{ A}; I_2 = 1 \text{ A}; I_3 = 2 \text{ A}$

$$55. \quad I_4 = \frac{U_3}{R_4}$$

$$I_6 = \frac{U_6}{R_6}$$

$$U_2 + U_3 = I_3 \cdot R_3 - I_2 \cdot R_2$$

$$U_2 - U_1 = I_1 \cdot R_1 - I_2 \cdot R_2$$

$$0 = I_1 + I_2 + I_3$$

$$56. \quad I_5 = 0,56 \text{ A}$$

$$57. \quad \text{a) } I_6 = I_1 + I_3$$

$$I_3 = I_4 + I_5$$

$$I_2 = I_1 + I_5$$

$$I_6 = I_2 + I_4$$

$$\text{d) } 0 = I_3 \cdot R_3 + I_5 \cdot R_5 - I_1 \cdot R_1$$

$$0 = I_1 \cdot R_1 + I_2 \cdot R_2 - I_3 \cdot R_3 - I_4 \cdot R_4$$

$$U_q = I_1 \cdot R_1 + I_2 \cdot R_2$$

$$58. \quad \text{a) } I_1 \cdot R_1 + I_2 \cdot R_2 + I_3 \cdot R_3 = U_{q1}$$

$$I_3 \cdot R_3 + I_5 \cdot R_5 - I_4 \cdot R_4 = 0$$

$$I_6 \cdot R_6 + I_2 \cdot R_2 - I_5 \cdot R_5 = U_{q2}$$

$$I_2 - I_1 - I_6 = 0$$

$$I_1 - I_3 - I_4 = 0$$

$$I_3 - I_2 - I_5 = 0$$

$$\text{b) } I_a(R_1 + R_2 + R_3) + I_b R_3 + I_c R_2 = U_{q1}$$

$$I_a R_3 + I_b(R_3 + R_4 + R_5) - I_c R_5 = 0$$

$$I_a R_2 - I_b R_5 + I_c(R_2 + R_5 + R_6) = U_{q2}$$

$$I_1 = I_a \quad I_4 = -I_b$$

$$I_2 = I_a + I_c \quad I_5 = I_b - I_c$$

$$I_3 = I_a + I_b \quad I_6 = I_c$$



$$59. I_2 \cdot R_2 + I_3 \cdot R_3 = U_{q3}$$

$$I_3 \cdot R_3 - I_1 \cdot R_1 = U_{q2} + U_{q3} - U_{q1}$$

$$I_1 + I_4 = I_q$$

$$I_1 - I_2 + I_3 = I_q$$

$$60. \quad \text{a)} \quad -I_1 \cdot R_1 + I_3 \cdot R_3 + I_5 \cdot R_5 = 0$$

$$I_2 \cdot R_2 + I_5 \cdot R_5 - I_4 \cdot R_4 = U_q$$

$$I_1 + I_3 = I_q$$

$$I_1 - I_2 + I_5 = 0$$

$$I_3 - I_4 - I_5 = 0$$

$$\text{b)} \quad I_a(R_1 + R_3 + R_5) - I_b R_5 = I_q R_1$$

$$-I_a R_5 + I_b(R_2 + R_4 + R_5) = I_q R_2 - U_q$$

$$61. I_3 = \frac{U_q \cdot R_2 + I_q \cdot R_4 \cdot (R_1 + R_2)}{R_1 \cdot R_2 + (R_1 + R_2) \cdot (R_3 + R_4)}$$

$$62. U_x = 2,333 \text{ V}$$

$$63. I_1 = \frac{(R_2 + R_4) \cdot I_{q5} + (R_3 + R_4) \cdot I_{q6}}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4}$$

$$64. I_2 = \frac{(U_{q2} - U_{q1})R_3 - U_{q3}R_1 + I_q R_1 R_3}{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}$$

$$65. \quad \text{a)} \quad U_1 = U_{\text{qers}} = I_q \cdot R_1$$

$$R_{\text{iers}} = R_1 + R_2$$

$$I_k = I_{\text{qers}} = I_q \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

$$\text{b)} \quad U_1 = U_{\text{qers}} = \frac{I_{q1} \cdot R_1 \cdot R_3 + I_{q2} \cdot R_3 \cdot (R_1 + R_4)}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4}$$

$$R_{\text{iers}} = \frac{R_3 \cdot (R_1 + R_2 + R_4)}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4}$$

$$I_k = I_{\text{qers}} = \frac{I_{q1} \cdot R_1 + I_{q2} \cdot (R_1 + R_4)}{R_1 + R_2 + R_4}$$

$$\text{c)} \quad U_1 = U_{\text{qers}} = \frac{I_q \cdot R_1 \cdot R_2 - U_q \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

$$R_{\text{iers}} = R_1 \parallel R_2 = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

$$I_k = I_{\text{qers}} = I_q - \frac{U_q}{R_1}$$

$$\begin{aligned}
 \text{d) } U_1 = U_{\text{qers}} &= U_{\text{q2}} - U_{\text{q1}} \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} \\
 R_{\text{iers}} &= R_3 + R_1 \parallel R_2 = R_3 + \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \\
 I_{\text{k}} = I_{\text{qers}} &= \frac{U_{\text{q2}}}{R_3 + R_1 \parallel R_2} - \frac{U_{\text{q1}}}{R_1 + R_2 \parallel R_3} \cdot \frac{R_2}{R_2 + R_3} = \\
 &= \frac{U_{\text{q2}} - U_{\text{q1}} \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2}}{R_3 + R_1 \parallel R_2}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{e) } U_1 = U_{\text{qers}} &= U_{\text{q}} \cdot \left( \frac{R_4}{R_2 + R_4} - \frac{R_3}{R_1 + R_3} \right) \\
 R_{\text{iers}} &= R_1 \parallel R_3 + R_2 \parallel R_4 = \frac{R_1 \cdot R_3}{R_1 + R_3} + \\
 &+ \frac{R_2 \cdot R_4}{R_2 + R_4} \\
 I_{\text{k}} = I_{\text{qers}} &= U_{\text{q}} \cdot \frac{R_1 \cdot R_4 - R_2 \cdot R_3}{R_1 \cdot R_3 \cdot (R_2 + R_4) + R_2 \cdot R_4 \cdot (R_1 + R_3)}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{f) } U_1 = U_{\text{qers}} &= \\
 U_{\text{q}} \cdot \left( \frac{R_4}{R_2 + R_4} - \frac{R_3}{R_1 + R_3} \right) &\cdot \frac{R_5}{R_5 + R_1 \parallel R_3 + R_2 \parallel R_4} \\
 R_{\text{iers}} &= (R_1 \parallel R_3 + R_2 \parallel R_4) \parallel R_5 \\
 I_{\text{k}} = I_{\text{qers}} &= U_{\text{q}} \cdot \frac{R_1 \cdot R_4 - R_2 \cdot R_3}{R_1 \cdot R_3 \cdot (R_2 + R_4) + R_2 \cdot R_4 \cdot (R_1 + R_3)}
 \end{aligned}$$

$$66. \quad \text{a) } I_6 = \frac{\left( \frac{U_{\text{q1}}}{R_1} - \frac{U_{\text{q2}}}{R_2} + \frac{U_{\text{q3}}}{R_3} \right) \cdot (R_1 \parallel R_2 \parallel R_3) - U_{\text{q4}}}{R_1 \parallel R_2 \parallel R_3 + R_4 \parallel R_6} \cdot \frac{R_4}{R_4 + R_6}$$

$$\text{b) } I_6 = 2,5 \text{ A}$$

$$67. \quad P_{4\text{max}} = 173,6 \text{ mW}$$

$$68. \quad I_5 = 0,742 \text{ A}$$

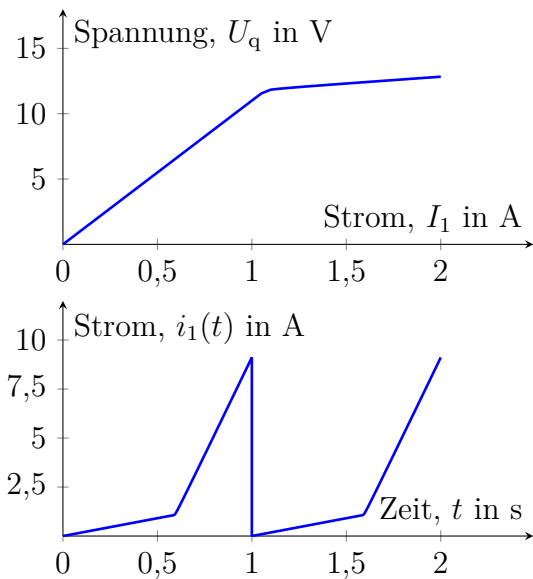
Andere Ströme:  $I_1 = 0,806 \text{ A}$ ,  $I_2 = 1,097 \text{ A}$ ,  
 $I_3 = 0,290 \text{ A}$ ,  $I_4 = 1,032 \text{ A}$

$$69. \quad I_3 = 0,582 \text{ A}$$

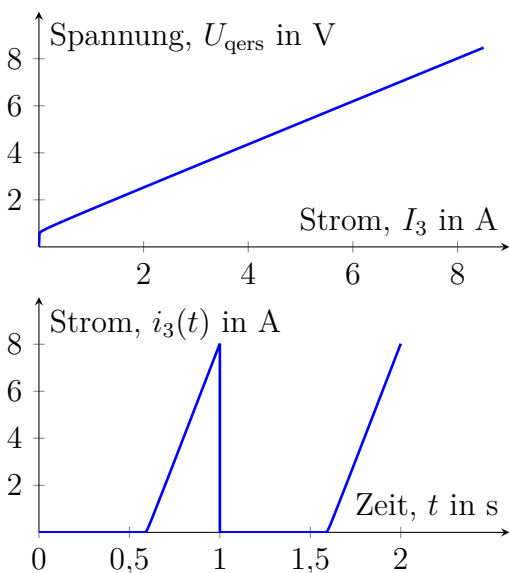
$$70. \quad \text{a) } U = 0,639 \text{ V} + 54,3 \text{ m}\Omega \cdot I$$

$$\begin{aligned}
 \text{b) } r_{\text{D}} &= \frac{dU}{dI} = \frac{25 \text{ mV}}{I + 1 \text{ pA}} \\
 \text{für } I &\gg 1 \text{ pA: } r_{\text{D}} = \frac{25 \text{ mV}}{I}
 \end{aligned}$$

71.



72.  $u_1(t) = u_{\text{qers}}(t) = 18,18 \text{ V} \cdot \frac{t}{T} - 10 \text{ V}$   
 $R_{\text{iers}} = 0,909 \Omega$



73.  $I_1 = 2,34 \text{ A}$ ;  $I_2 = 7,66 \text{ A}$

$$74. \quad \text{a) } r_{11} = 40 \, \Omega; r_{12} = -30 \, \Omega \\ r_{21} = 30 \, \Omega; r_{22} = -50 \, \Omega$$

$$\text{b) } g_{11} = 0,04545 \, \text{S}; g_{12} = -0,02727 \, \text{S} \\ g_{21} = +0,02727 \, \text{S}; g_{22} = -0,03636 \, \text{S}$$

$$\text{c) } h_{11} = 22 \, \Omega; h_{12} = 0,6 \\ h_{21} = 0,6; h_{22} = -0,02 \, \text{S}$$

$$\text{d) } a_{11} = 1,333; a_{12} = 36,666 \, \Omega \\ a_{21} = 0,0333 \, \text{S}; a_{22} = 1,667$$

$$75. \quad a_{11} = 3; a_{12} = 16 \, \Omega; a_{21} = 2 \, \text{S}; a_{22} = 11$$

$$76. \quad g_{11} = 1,1 \, \text{S}; g_{12} = -0,4 \, \text{S} \\ g_{21} = +0,4 \, \text{S}; g_{22} = -0,6 \, \text{S}$$

$$77. \quad g_{11} = \frac{1}{R_1 \parallel R_2 + R_3 \parallel R_4}$$

$$g_{22} = -\frac{1}{R_1 \parallel R_3 + R_2 \parallel R_4}$$

$$g_{12} = -\frac{\frac{R_2}{R_2+R_4} - \frac{R_1}{R_1+R_3}}{R_1 \parallel R_3 + R_2 \parallel R_4}$$

$$g_{21} = \frac{\frac{R_3}{R_3+R_4} - \frac{R_1}{R_1+R_2}}{R_1 \parallel R_2 + R_3 \parallel R_4}$$

$$78. \quad g_{11} = \frac{1}{h_{11}} \quad g_{12} = -\frac{h_{12}}{h_{11}} \\ g_{21} = \frac{h_{21}}{h_{11}} \quad g_{22} = \frac{\det([\mathbf{h}])}{h_{11}}$$

$$79. \quad \text{a) } i_1 = 2 \, \text{A}; i_2 = 1 \, \text{A}; u_2 = 10 \, \text{V}$$

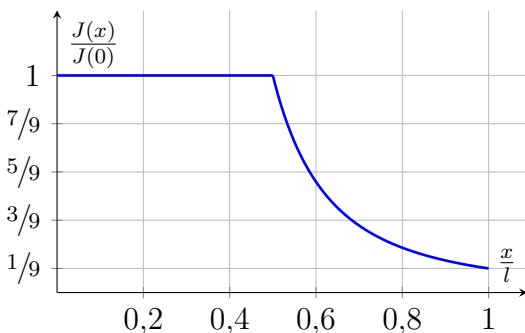
$$\text{b) } u_1 = 90 \, \text{V}$$

$$80. \quad \begin{bmatrix} G_1 + G_2 & -G_2 & 0 \\ -G_2 & G_2 + G_4 & -G_4 \\ 0 & -G_4 & G_3 + G_4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_{10} \\ U_{20} \\ U_{30} \end{bmatrix} \\ = \begin{bmatrix} I_{q1} - I_{q2} \\ I_{q2} \\ I_{q3} \end{bmatrix}$$

$$I_{R1} = \frac{U_{10}}{R_1} \quad I_{R2} = \frac{U_{10} - U_{20}}{R_2}$$

$$I_{R3} = \frac{U_{30}}{R_3} \quad I_{R4} = \frac{U_{20} - U_{30}}{R_4}$$

$$81. \quad \frac{J(x)}{J(0)} = \begin{cases} 1 & \text{für } 0 \leq x \leq \frac{\ell}{2} \\ \frac{1}{(4 \cdot \frac{x}{\ell} - 1)^2} & \text{für } \frac{\ell}{2} < x \leq \ell \end{cases}$$



$$82. \quad L_{\text{ges}} = \frac{L_1 L_2 - M^2}{L_1 + L_2 - 2M} \quad \text{bzw.} \quad L_{\text{ges}} = 0,875 \text{ H}$$

$$83. \quad L_{\text{ges}} = \frac{L_1 L_2 - M^2}{L_1 + L_2 + 2M} \quad \text{bzw.} \quad L_{\text{ges}} = 0,4375 \text{ H}$$

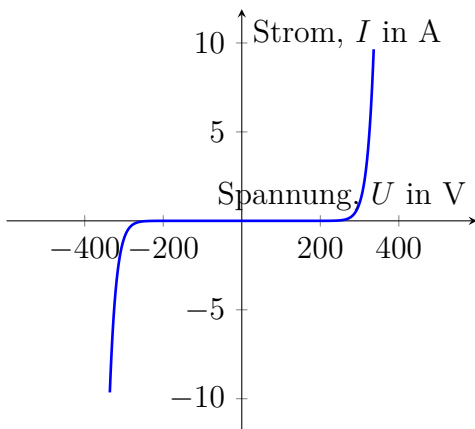
$$84. \quad \text{a) } R_{\text{ers},12} = 9,1149 \Omega$$

$$\text{b) } R_{\text{ers},13} = 17,2276 \Omega$$

$$\text{c) } R_{\text{ers},17} = 29,0361 \Omega$$

$$85. \quad R = 37 \Omega, \quad r_D = 2 \Omega$$

86.



$$R = 65 \Omega, r_D = 3,25 \Omega$$