

Grundlagen der Elektrotechnik

Dr.-Ing. Mathias Magdowski

Aufgabenheft Grundlagen und Gleichstromtechnik

Inhalt

<i>Thematik</i>	<i>Aufgabennummer</i>
Größen und Einheiten	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7
Ladung, Strom, Stromdichte	8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 81
Potential, Spannung, Widerstand	18, 19, 20, 21, 22
Temperaturabhängigkeit des Widerstandes	23, 24, 25, 47, 49
Differentieller Widerstand	70, 85, 86
Zusammenschalten von Widerständen	26, 27, 28, 29, 30
Spannungsteiler	31a), 32a), 34a), 35, 36, 37
Stromteiler	31b), 32b), 33, 34b), 35
Kapazität	38, 39, 40, 41, 44, 45
Induktivität	3, 41, 42, 43, 44, 45, 82, 83
Leistung, Anpassung, Wirkungsgrad	46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 67
Zweigstromanalyse	54a), 55, 56a), 57, 58a), 59, 60a)
Superposition	61b), 62a), 63a), 64a)
Zweipoltheorie	61a), 62b), 64b), 65, 66, 67, 68a), 72
Maschenstromanalyse	54b), 56b), 58b), 60b), 63b), 68b), 69b)
Knotenspannungsanalyse	56c), 64c), 69a), 80, 84
Stromkreise mit nichtlinearen Widerständen	70, 71, 72, 73
Vierpole	74, 75, 76, 77, 78, 79

Dieses Aufgabenheft wurde mittels \LaTeX und \pdfTeX unter Nutzung folgender Pakete erstellt:

lmodern: Schriftart
TikZ: Zeichnungen
PGFPLOTS: Diagramme
CircuitikZ: Schaltbilder
siunitx: Einheiten

Aufgabe 1: Größen und Einheiten ★☆☆

Man berechne die Zeit t , in der 1 Liter Wasser durch eine Heizung mit der Leistung $P = 2 \text{ kW}$ von der Temperatur $\vartheta_1 = 20^\circ\text{C}$ auf $\vartheta_2 = 70^\circ\text{C}$ erwärmt wird. Die Wärmeabgabe an die Umgebung ist zu vernachlässigen.

Hinweis: Die spezifische Wärmekapazität von Wasser beträgt $c = 4187 \frac{\text{Ws}}{\text{kgK}}$.

Aufgabe 2: Zugeschnittene Größengleichung ★★☆☆

Man gebe eine zugeschnittene Größengleichung für die kinetische Energie $W = \frac{m}{2} \cdot v^2$ derart an, dass man die Geschwindigkeit in $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ und die Masse in kg einsetzen kann und sich die Energie in kWh ergibt.

Man überprüfe die Gleichung mit dem Zahlenbeispiel $m = 50\,000 \text{ kg}$ und $v = 30 \frac{\text{km}}{\text{h}}$!

Aufgabe 3: Zeitliche Ableitung ★★☆☆

Die Gleichung $u = L \cdot \frac{di}{dt}$ beschreibt den Zusammenhang zwischen der induzierten Spannung u und der zeitlichen Stromänderung $\frac{di}{dt}$ an einer Spule mit der Induktivität L .

Gegeben sind $i(t) = 100 \text{ mA} \left(1 - e^{-\frac{t}{1 \text{ ms}}}\right)$ für $t \geq 0$ und $L = 100 \text{ mH}$.

Man skizziere zuerst $i(t)$, errechne $u(t)$ und skizziere dann $u(t)$.

Aufgabe 4: Rechnen in Decibel ★☆☆

Für eine Störspannung U_2 ist ein Pegel von $L_{U_2} = 110 \text{ dB}$ angegeben. Diese Angabe bezieht sich auf $U_1 = 1 \mu\text{V}$. Wie groß ist U_2 in V?

Hinweis: Pegel in dB = $20 \cdot \lg\left(\frac{U_2}{U_1}\right)$

Aufgabe 5: Lorentzkraft ★☆☆

Die Gleichung

$$|\vec{F}| = \frac{\mu_0 \cdot I_1 \cdot I_2 \cdot l}{2\pi \cdot d}$$

gilt für den Betrag der Kraft \vec{F} zwischen zwei geraden Leitern der Länge l , die parallel im Abstand d angeordnet sind und von den Strömen I_1 und I_2 durchflossen werden.

Man berechne den Betrag der Kraft in N für $I_1 = I_2 = 10 \text{ kA}$, $d = 10 \text{ cm}$, $l = 2,5 \text{ m}$ und $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}}$.

In welche Richtung wirkt die Kraft?

Aufgabe 6: Wirkungsgrad ★☆☆

Eine Pumpe soll je Stunde 20 m^3 Wasser in einen Behälter pumpen, der 25 m höher liegt. Der Wirkungsgrad dieser Pumpe ist $\eta_P = 70 \%$.

Welche Leistung muss der Antriebsmotor bei einem Motorwirkungsgrad $\eta_M = 90 \%$ aufnehmen?

Aufgabe 7: Arbeitspunkte ★★☆☆

Die Gleichung

$$\frac{U}{V} = 20 \cdot \left(1 + \frac{1}{I/A}\right)$$

beschreibt die Spannung an einem Lichtbogen im Stromstärkebereich $0,2 \text{ A} < I < 20 \text{ A}$.

Man skizzieren die Kennlinie und berechne ihre beiden Schnittpunkte mit der Kennlinie $U = 50 \text{ V} - 5 \Omega \cdot I$ der speisenden Quelle.

Aufgabe 8: Coulomb-Kraft ★☆☆

Welche Kräfte wirken auf 2 Punktladungen $Q_1 = +3,2 \cdot 10^{-19} \text{ A s}$ und $Q_2 = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ A s}$ die sich in einem Abstand von 1 cm gegenüberstehen? Welche Richtung haben die Kräfte?

Hinweis: Die Permittivität des Mediums (Luft) beträgt $\epsilon_0 = 8,855 \cdot 10^{-12} \frac{\text{As}}{\text{Vm}}$.

Aufgabe 9: Ladung und Strom ★☆☆

Wie viel elektrische Ladung fließt während einer elektrischen Rasur mit einem Akku-Rasierapparat durch die Leitungen ($U = 6 \text{ V}$, $P = 6 \text{ W}$, Rasierzeit $t = 4 \text{ min}$)?

Wenn man diese Ladung je zur Hälfte auf zwei Luftballons aufbringen könnte (Entfernung 1 m), welche Kraft würde zwischen ihnen auftreten?

Aufgabe 10: Coulomb-Kraft ★☆☆

Man berechne die Kraft F , mit der sich zwei Elektronen mit 10^{-12} m Abstand voneinander abstoßen und schließe aus F auf die elektrischen Feldstärken E , die jeweils auf die Punktladungen wirken. Gegeben sind die Elementarladung $q_e = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ A s}$ und die Permittivität des Mediums (Vakuum) $\epsilon_0 = 8,855 \cdot 10^{-12} \frac{\text{As}}{\text{Vm}}$.

Aufgabe 11: Elektronenstrahl ★★☆

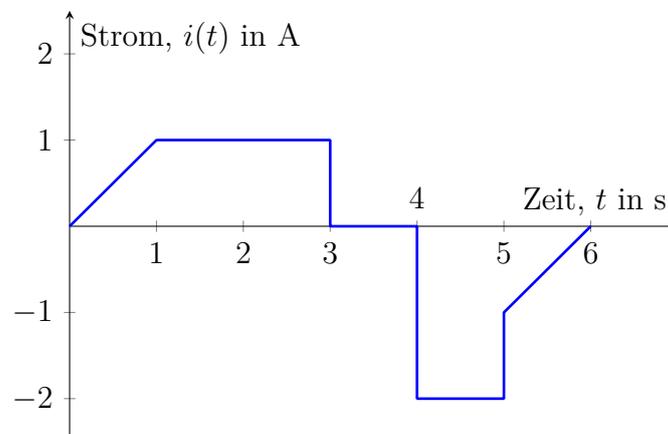
In einem elektrischen Feld mit der konstanten Feldstärke $E = 100 \frac{\text{V}}{\text{cm}}$ befindet sich ein frei bewegliches Elektron. Die Ladung des Elektrons beträgt $q_e = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ A s}$, dessen Masse $m_e = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$.

- Welche Kraft F wirkt auf das Elektron?
- Welcher Beschleunigung a ist das Elektron ausgesetzt?
- Welche Geschwindigkeit v wird zum Zeitpunkt $t = 1 \text{ ns}$ erreicht?
- Welcher Weg s wird bis zum Zeitpunkt $t = 4 \text{ ns}$ erreicht?
- Man ermittle allgemein $v = f(s)$. Welche Geschwindigkeit wird erreicht, nachdem ein Weg von $s = 2,857 \text{ cm}$ zurückgelegt wurde?

Hinweis: Die Anfangsgeschwindigkeit beträgt $v(t = 0) = v_0 = 0$, der Anfangsweg $s(t = 0) = s_0 = 0$.

Aufgabe 12: Ladung und Strom ★★☆

Die skizzierte Zeitabhängigkeit des Stromes ist durch Gleichungen abschnittsweise zu beschreiben. Ausgehend von $Q = 0$ bei $t = 0$ sind dann die zugehörigen Gleichungen für die Ladung $Q(t)$ durch Integration zu errechnen und grafisch darzustellen.



Aufgabe 13: Ladung und Strom ★★☆

Die Gleichung $i = \frac{dQ}{dt}$ beschreibt den Zusammenhang zwischen dem Strom i , der Ladung Q und der Zeit t . Man berechne die jeweils nicht gegebene Größe und skizziere übereinander $i(t)$ und $Q(t)$.

Gegeben sind:

a)

$$\begin{aligned} Q &= 0 && \text{für } t \leq 0 \\ Q(t) &= 5 \text{ mA} \cdot t && \text{für } 0 < t \leq 2 \text{ ms} \\ Q &= 10 \mu\text{As} && \text{für } t > 2 \text{ ms} \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned} i &= 0 \quad \text{und} \quad Q = 4 \text{ pAs} && \text{für } t \leq 0 \\ i &= 3 \mu\text{A} && \text{für } 0 < t \leq 1 \mu\text{s} \\ i &= -6 \mu\text{A} && \text{für } 1 \mu\text{s} < t \leq 2 \mu\text{s} \\ i &= 0 && \text{für } t > 2 \mu\text{s} \end{aligned}$$

c)

$$\begin{aligned} i(t) &= 3,14 \text{ A} \cdot \sin(\omega t) \\ Q(t) &= -10 \text{ mA s} \cdot \cos(\omega t) + 10 \text{ mA s} \end{aligned}$$

Man bestimme die Kreisfrequenz $\omega = 2\pi f$.

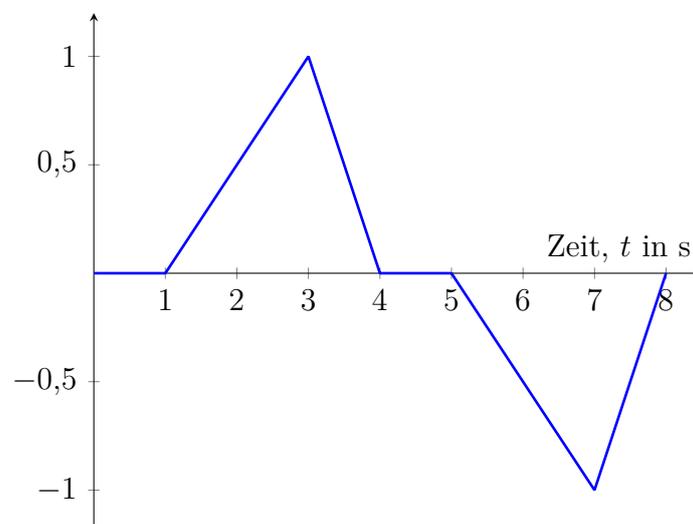
d)

$$Q(t) = 10 \text{ As} \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{5 \text{ ms}}}\right) \quad \text{für } t \geq 0$$

Aufgabe 14: Ladung und Strom ★★☆

Der Zusammenhang zwischen dem Strom i , der Ladung Q und der Zeit t wird durch die Gleichung $i = \frac{dQ}{dt}$ beschrieben. Für den dargestellten Zeitverlauf gilt:

- Gegeben ist $Q(t)$ in As, gesucht ist $i(t)$.
- Gegeben ist $i(t)$ in A, gesucht ist $Q(t)$ mit $Q(t=0) = 0$.



Man berechne und skizziere die jeweils gesuchte Größe.

Aufgabe 15: Ladung und Strom ★★☆☆

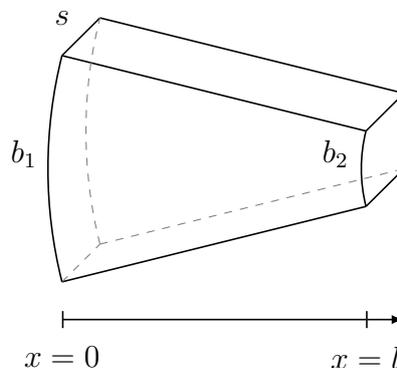
Während der Aufladung eines Kondensators wird der zeitliche Verlauf des Stromes $i(t) = \hat{i} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$ mit $\hat{i} = 10 \text{ A}$ und $\tau = 0,1 \text{ s}$ gemessen.

- Der zeitliche Verlauf der Ladung $Q(t)$ ist mit $Q(t = 0) = 0$ zu berechnen. Die Funktionen $i(t)$ und $Q(t)$ sind zu skizzieren.
- Wie groß ist die auf den Kondensatorplatten gespeicherte Ladung $Q(3\tau)$ nach einer Zeit von $t = 3\tau$?
- Wie viele Elektronen würden bei einer plötzlichen Entladung des auf die Ladung $Q(3\tau)$ aufgeladenen Kondensators über die Entladestrecke fließen?
Hinweis: Die Ladung eines Elektrons beträgt $q_e = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ A s}$.

Aufgabe 16: Stromdichte ★★☆☆

Ein Blechstreifen variabler Breite b und konstanter Dicke s wird in x -Richtung von einem Strom durchflossen. Der Strom tritt in Fläche 1 ein und aus Fläche 2 aus.

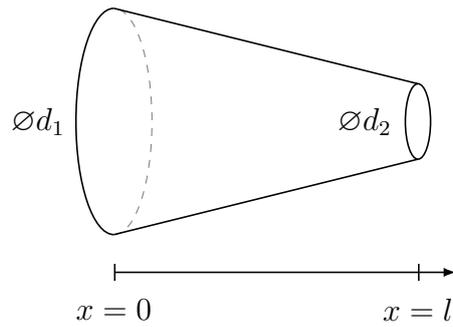
Man berechne mit $b_1 = 3 \cdot b_2$ die Stromdichte in Abhängigkeit von der Ortskoordinate x , d. h. $J = f(x)$. Die Stromdichte ist in normierter Form $\frac{J(x)}{J(0)}$ grafisch darzustellen.



Aufgabe 17: Stromdichte ★★☆☆

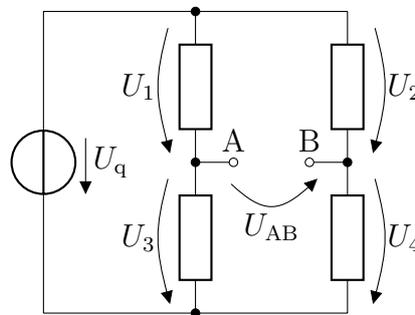
Eine Punktschweißelektrode mit variablem Durchmesser d wird in x -Richtung von einem Strom durchflossen. Der Strom tritt in die Fläche 1 ein und aus der Fläche 2 aus. Beide Flächen sind kreisförmig und haben den Durchmesser d_1 , bzw. d_2 .

Man berechne mit $d_1 = 3 \cdot d_2$ die Stromdichte in Abhängigkeit von der Ortskoordinate x , d. h. $J = f(x)$. Die Stromdichte ist in normierter Form $\frac{J(x)}{J(0)}$ grafisch darzustellen und mit der von Aufgabe 16 zu vergleichen.



Aufgabe 18: Maschensatz ☆☆☆

Aus $U_1 = 2\text{ V}$, $U_2 = 3\text{ V}$ und $U_4 = 5\text{ V}$ berechne man U_q , U_3 und U_{AB} vorzeichenrichtig.



Aufgabe 19: Strom-Spannungs-Kennlinie ★☆☆

Entlang der Reihenschaltung von 5 Bauelementen (Widerstände und Spannungsquellen) unbekannter Größe und Reihenfolge wurden an den Verbindungspunkten A bis F folgende Potentiale gegen ein Bezugspotential $\varphi_{\text{bez}} = 0$ gemessen:

an Punkt	A	B	C	D	E	F
Potential in V; Kurzschluss von A nach F	-10	14	8	-4	-6	-10
Potential in V; $6\ \Omega$ zwischen A und F	-10	14	11	-1	-2	-4

Man berechne daraus die Werte der Bauelemente und die im Leerlauf an den Klemmen A und F zu erwartende Spannung.

Aufgabe 20: Widerstand ★☆☆

Über einer Aluminiumleitung mit einem Querschnitt von $A = 2,5\text{ mm}^2$ und einer Länge von $l = 18\text{ m}$ fällt eine Spannung von $U = 2\text{ V}$ ab. Die spezifische Leitfähigkeit von Aluminium beträgt $\gamma = 36\ \frac{\text{m}}{\Omega\text{mm}^2}$.

Wie groß sind die Stromdichte J und die Stromstärke I ?

Aufgabe 21: Widerstand und Stromdichte ★ ★ ☆

Eine Spule aus Kupferdraht soll so gewickelt werden, dass an einer Gleichspannung von $U = 24 \text{ V}$ die Stromdichte im Draht $J = 5 \frac{\text{A}}{\text{mm}^2}$ ist. Die spezifische Leitfähigkeit von Kupfer beträgt $\gamma = 56 \frac{\text{m}}{\Omega \text{mm}^2}$.

Man berechne

- die erforderliche Anzahl N der Windungen (N ganzzahlig wählen; die mittlere Windungslänge beträgt $l_W = 15 \text{ cm}$),
- den Drahtquerschnitt A_D , der eine Wickelfläche von $A_W = 2 \text{ cm}^2$ zu 40% füllt (Füllfaktor 0,4),
- den Spulenwiderstand R und den Spulenstrom I .

Aufgabe 22: Strom und Stromdichte ★ ☆ ☆

Aus einem 70 m langen und 0,4 mm starken Kupferdraht wird eine Spule gewickelt. Die spezifische Leitfähigkeit von Kupfer beträgt $\gamma = 56 \frac{\text{m}}{\Omega \text{mm}^2}$.

- Welcher stationäre Strom I fließt nach Anlegen einer Spannung $U = 10 \text{ V}$?
- Wie groß ist die Stromdichte J ?

Aufgabe 23: Temperaturabhängigkeit ★ ★ ☆

Aus dem gemessenen Widerstand R einer Kupferlitze bekannter Länge l soll mit $\gamma = \gamma_{20^\circ\text{C}} = 56 \frac{\text{m}}{\Omega \text{mm}^2}$ auf ihren Querschnitt A geschlossen werden. Welche relative Messabweichung für den errechneten Querschnitt ergibt sich bei einer Temperaturabweichung um $\Delta T = +20 \text{ K}$ bei der Messung, wenn trotzdem mit $\gamma_{20^\circ\text{C}}$ gerechnet wird? Der Temperaturkoeffizient beträgt $\alpha_{20^\circ\text{C}} = 0,004 \frac{1}{\text{K}}$.

Hinweis: Die relative Messabweichung F_{rel} lässt sich mittels

$$F_{\text{rel}} = \frac{x_a - x_r}{x_r}$$

aus dem angezeigten (hier: errechneten) Wert x_a und dem richtigen Wert x_r einer Messgröße bestimmen.

Aufgabe 24: Temperaturabhängigkeit ★ ★ ★

Zwei Widerstände mit den Temperaturkoeffizienten $\alpha_1 = -0,0002 \frac{1}{\text{K}}$ und $\alpha_2 = +0,00005 \frac{1}{\text{K}}$ (Bezugstemperatur $\vartheta_B = 20^\circ\text{C}$) sollen in Parallelschaltung nahezu temperaturunabhängig $1 \text{ k}\Omega$ ergeben.

Man berechne die Werte der beiden Widerstände bei 20°C .

Hinweis: Die Anwendung der Näherung

$$\frac{1}{1 + \varepsilon} \approx 1 - \varepsilon \quad \text{wenn} \quad \varepsilon \ll 1$$

ist bei der Lösung der Aufgabe hilfreich.

Aufgabe 25: Temperaturabhängigkeit ★ ★ ☆

Eine Kupferspule besitzt bei Zimmertemperatur (20°C) im stromlosen Zustand einen Widerstand von 100Ω . Nach längerem Betrieb der Spule erhöht sich der Widerstand auf 111Ω .

- Man errechne die Betriebstemperatur der Kupferspule ($\alpha_{\text{Cu}} = 0,004 \frac{1}{\text{K}}$).
- Um wie viel Prozent ist der Strom durch die Spule im betriebswarmen Zustand kleiner als bei 20°C , wenn die Spannung konstant gehalten wurde?

Aufgabe 26: Reihen- und Parallelschaltung ★ ★ ☆

Mit zwei Widerständen R_1 und R_2 jeweils einzeln und in Zusammenschaltung lassen sich z. B. für eine Kochplatte vier Widerstandsstufen realisieren.

Man berechne das Verhältnis $\frac{R_1}{R_2}$ so, dass sich gleiche Widerstandsverhältnisse von Stufe zu Stufe ergeben.

Aufgabe 27: Reihen- und Parallelschaltung ★ ★ ★

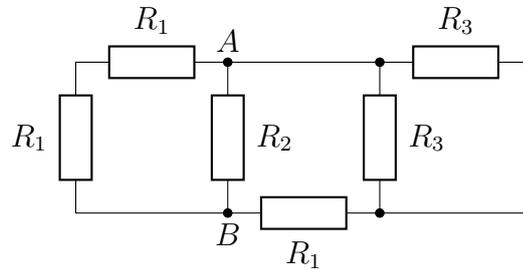
Die Reihenschaltung zweier Widerstände R_1 und R_2 soll einen um den Faktor k größeren Wert als ihre Parallelschaltung ergeben.

Man berechne das Verhältnis $\frac{R_1}{R_2}$ in Abhängigkeit von k und den kleinstmöglichen Wert von k .

Aufgabe 28: Ersatzwiderstand ★☆☆

Man berechne die Ersatzwiderstände

a) R_{AB} ,

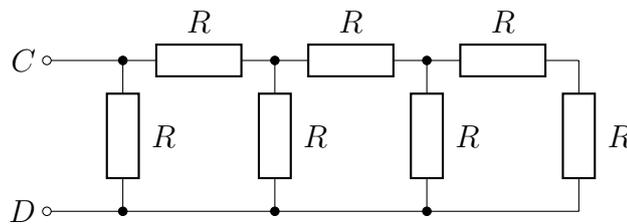


$$R_1 = 1 \Omega$$

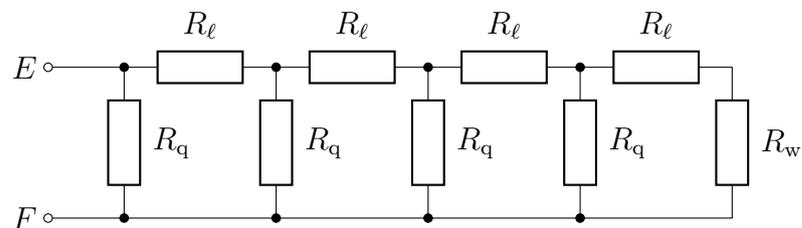
$$R_2 = 2 \Omega$$

$$R_3 = 6 \Omega$$

b) R_{CD} , ausgedrückt durch R ,



c) R_{EF} .



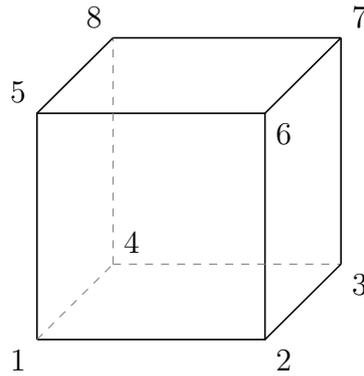
$$R_w = 2 \Omega$$

$$R_q = 3 \Omega$$

$$R_\ell = 4 \Omega$$

Aufgabe 29: Ersatzwiderstand ★★★

Zwölf Widerstände von je $1 \text{ k}\Omega$ bilden die Kanten eines Würfels.



Wie groß sind die Ersatzwiderstände zwischen den Eckpunkten:

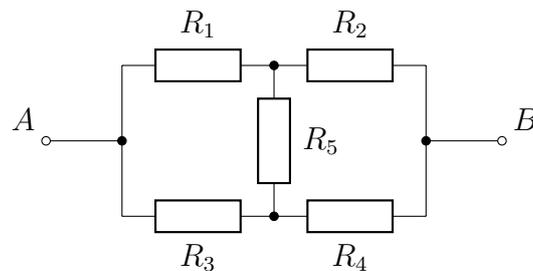
- a) 1 und 2,
- b) 1 und 3,
- c) 1 und 7?

Hinweis: Man nutze Symmetrie und Potentialgleichheit!

Aufgabe 30: Stern-Dreieck-Transformation ★★☆

Man berechne den Widerstand R_{AB}

- a) mit Hilfe einer Dreieck-Stern-Umformung,
- b) mit Hilfe einer Stern-Dreieck-Umformung.



$$R_1 = 1 \Omega$$

$$R_2 = 2 \Omega$$

$$R_3 = 3 \Omega$$

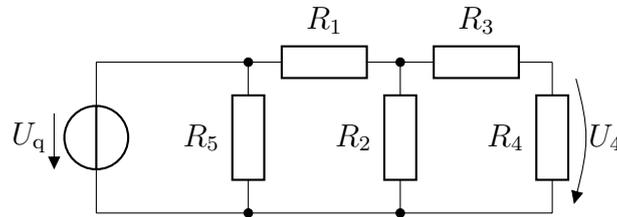
$$R_4 = 4 \Omega$$

$$R_5 = 5 \Omega$$

Aufgabe 31: Spannungs- und Stromteilerregel ★★☆☆

Man berechne die Spannung U_4 zunächst allgemein und dann wertmäßig mit Hilfe der

- Spannungsteilerregel,
- Stromteilerregel.



$$R_1 = R_3 = R_4 = R_5 = 1 \Omega$$

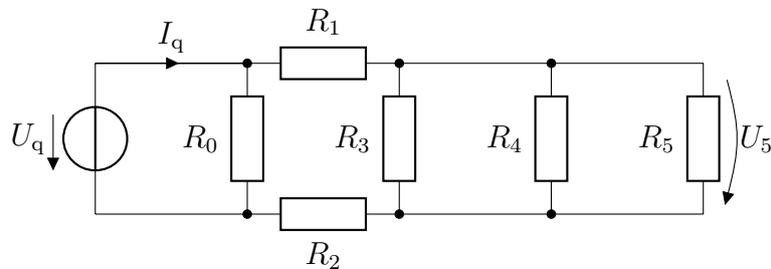
$$R_2 = 2 \Omega$$

$$U_q = 4 \text{ V}$$

Aufgabe 32: Spannungs- und Stromteilerregel ★★☆☆

Man berechne die Spannung U_5 mit Hilfe der

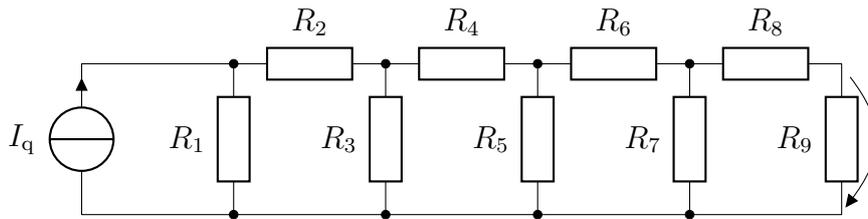
- Spannungsteilerregel für $U_q = 7 \text{ V}$,
- Stromteilerregel für $I_q = 10 \text{ A}$.



$$R_0 = R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R_5 = 1 \Omega$$

Aufgabe 33: Stromteilerregel ★★☆☆

Man berechne durch wiederholte Anwendung der Stromteilerregel die Spannung über dem Widerstand R_9 .

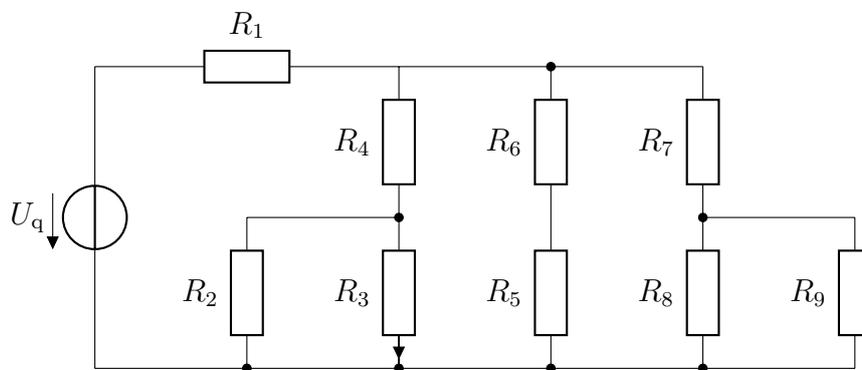


$$I_q = 32 \text{ A} \quad R_1 = R_3 = R_5 = R_7 = 4 \Omega \quad R_2 = R_4 = R_6 = R_8 = R_9 = 2 \Omega$$

Aufgabe 34: Spannungs- und Stromteilerregel ★★☆☆

Man berechne den Strom durch den Widerstand R_3 allgemein und wertmäßig durch wiederholtes Anwenden

- der Spannungsteilerregel,
- der Stromteilerregel,
- der Kirchhoffschen Sätze (Maschen- und Knotensatz) und der Strom-Spannungsbeziehungen an den Bauelementen (Ohmsches Gesetz).
- Man diskutiere die Vor- und Nachteile der Anwendung der Spannungs- und Stromteilerregel.



$$R_1 = 20 \Omega \quad R_2 = R_3 = R_8 = R_9 = 30 \Omega \quad R_4 = R_5 = R_6 = R_7 = 15 \Omega \quad U_q = 3 \text{ V}$$

Aufgabe 35: Messbereichserweiterung ★★☆☆

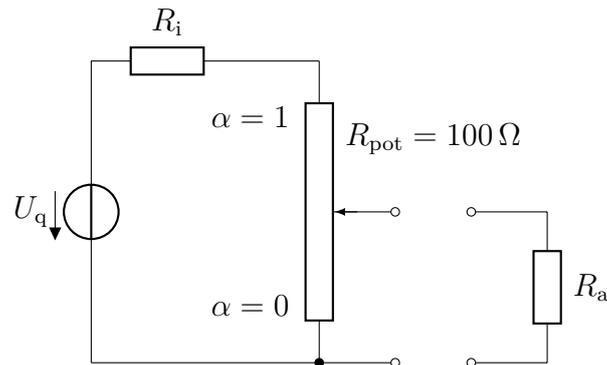
Das Messwerk eines Messinstrumentes hat den Widerstand R_M . Das Messinstrument hat die Maximalwertanzeige bei I_M und U_M .

Zur Messbereichserweiterung um den Faktor $p = I/I_M$ bzw. $p = U/U_M$ dienen bei der Strommessung ein Nebenwiderstand (Shunt, Parallelwiderstand) R_p und bei der Spannungsmessung ein Vorwiderstand (Serienwiderstand) R_s .

Man berechne die erforderlichen Widerstände für die Messbereichserweiterung jeweils als Funktion von R_M und p .

Aufgabe 36: Belasteter Spannungsteiler ★★☆☆

An eine Gleichspannungsquelle mit $U_q = 10\text{ V}$ wird ein $100\ \Omega$ Potentiometer angeschlossen. Die Einstellskala ist linear zwischen den Werten $\alpha = 0$ und $\alpha = 1$ geteilt.



Man berechne den einzustellenden Skalenwert α , wenn an den unbelasteten Potentiometerausgangsklemmen 15 % der Spannung U_q anliegen sollen für die Fälle:

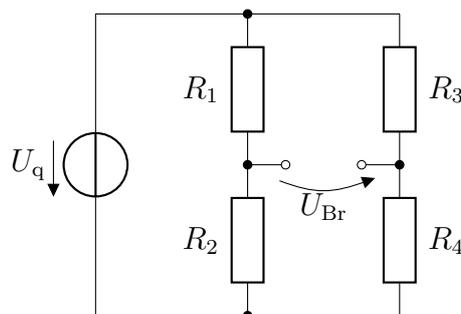
- a) ideale Quelle ($R_i = 0$) und
- b) reale Quelle ($R_i = 5\ \Omega$).

Die Ausgangsklemmen der Schaltung werden mit einem Widerstand $R_a = 100\ \Omega$ belastet. Es sollen 15 % der Spannung U_q über R_a abfallen. Man berechne die Schleiferstellung α für die Fälle:

- c) ideale Quelle ($R_i = 0$) und
- d) reale Quelle ($R_i = 5\ \Omega$).

Aufgabe 37: Wheatstone-Messbrücke ★★☆☆

Die dargestellte Brückenschaltung soll als *Wheatstone*-Messbrücke dienen.



Man berechne die Bedingung für ihren Abgleich ($U_{Br} = 0$).

Aufgabe 38: Parasitäre Kapazität ★☆☆

Man berechne die (unerwünschte) Koppelkapazität zwischen zwei aufeinander gewickelten Lagen in einem Transformator. Die Berührungsfläche beträgt $A = 100 \text{ cm}^2$. Die Isolation ist insgesamt $d = 0,2 \text{ mm}$ dick und hat eine relative Permittivität von $\epsilon_{\text{rel}} = 4$.

Man berechne weiterhin den Strom, der über diese Kapazität fließt, wenn sich die Spannung mit einer Steilheit von $\Delta u/\Delta t = 200 \frac{\text{V}}{\mu\text{s}}$ ändert.

Hinweis: Die Permittivität des Vakuums beträgt $\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \frac{\text{As}}{\text{Vm}}$.

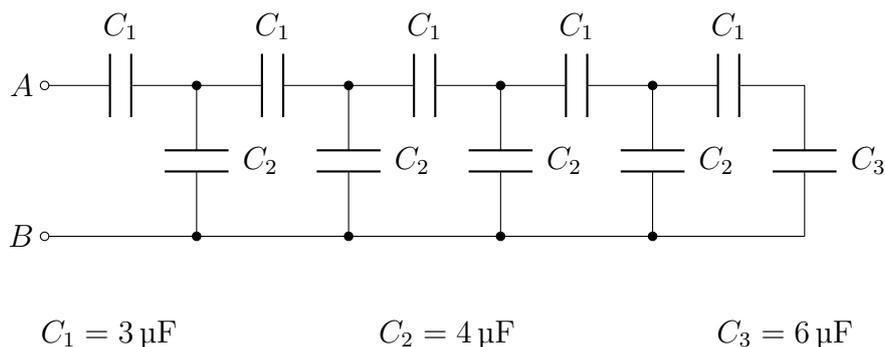
Aufgabe 39: Ladung, Strom und Energie ★☆☆

Eine Gewitterwolke in $h = 1 \text{ km}$ Höhe mit einer Fläche von $A = 1 \text{ km}^2$ hat sich auf $U = 100 \text{ MV}$ gegen die Erdoberfläche aufgeladen.

- Wie groß ist die gespeicherte Energie W ?
- Wie groß ist die gespeicherte Ladungsmenge Q ?
- Während der Blitzentladung fließt ein Strom von $I = 100 \text{ kA}$. Wie groß sind die mittlere Leistungsdichte P/v und die Stromdichte J im Entladekanal, wenn dieser zylindrisch mit einem Durchmesser von $d = 4 \text{ cm}$ und einer Länge von $l = 1 \text{ km}$ angenommen wird?

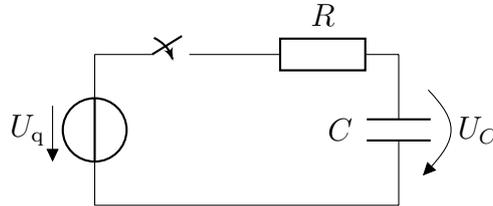
Aufgabe 40: Ersatzkapazität ★☆☆

Man berechne die Kapazität zwischen den Klemmen A und B .



Aufgabe 41: Ladewirkungsgrad ★☆☆

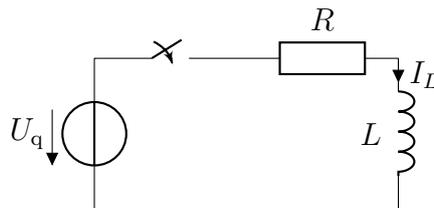
Ein Kondensator C wird nach Schließen eines Schalters über einen Widerstand R vollständig aufgeladen.



Wie groß ist der Ladewirkungsgrad $\eta_{\text{Lade}} = \frac{W_C}{W_{U_q}}$?

Aufgabe 42: Gespeicherte Energie ★★☆☆

Eine Spule L wird nach Schließen eines Schalters über einen Widerstand R vollständig aufgeladen. Dazu wird der Schalter zum Zeitpunkt $t = 0$ geschlossen.



$$U_q = 24 \text{ V}$$

$$R = 800 \Omega$$

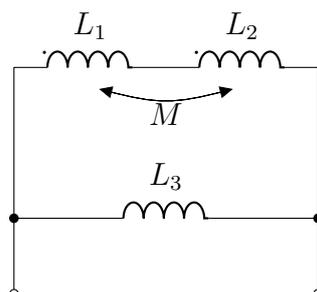
$$L = 0,5 \text{ H}$$

Wie groß ist die in der Spule gespeicherte Energie W , nachdem der Strom seinen stationären Endwert erreicht hat?

Wie groß ist die maximale Stromanstiegsgeschwindigkeit und wann tritt sie auf?

Aufgabe 43: Gekoppelte Induktivitäten ★★☆☆

Zwei gekoppelte Wicklungen L_1 und L_2 sind in Reihe geschaltet, parallel dazu die Wicklung L_3 . Man berechne die Ersatzinduktivität.



$$L_1 = 1 \text{ H}$$

$$L_2 = 2 \text{ H}$$

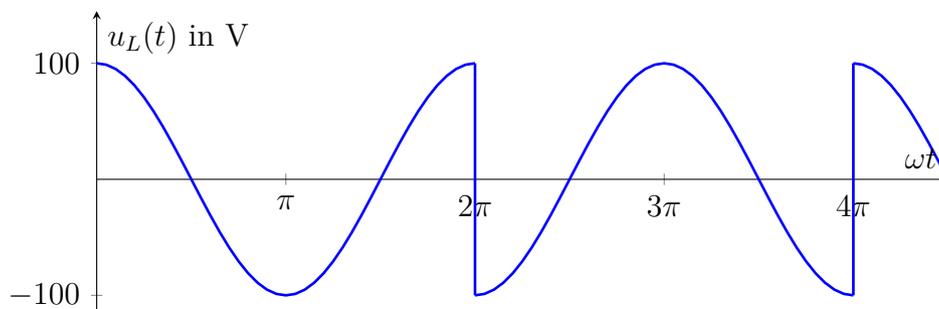
$$M = 0,5 \text{ H}$$

$$L_3 = 3 \text{ H}$$

Aufgabe 44: Induktivität ★★☆☆

Über einer Induktivität L liegt eine cosinusförmige Spannung mit periodischem Vorzeichensprung:

$$\begin{aligned} u_L(t) &= +100 \text{ V} \cdot \cos(\omega t) && \text{für } 0 + 4\pi \cdot n < \omega t < 2\pi \cdot (2n + 1) \\ u_L(t) &= -100 \text{ V} \cdot \cos(\omega t) && \text{für } 2\pi \cdot (2n + 1) < \omega t < 4\pi \cdot (n + 1) \\ &&& \text{mit } n = 0, 1, 2, 3, \dots \end{aligned}$$

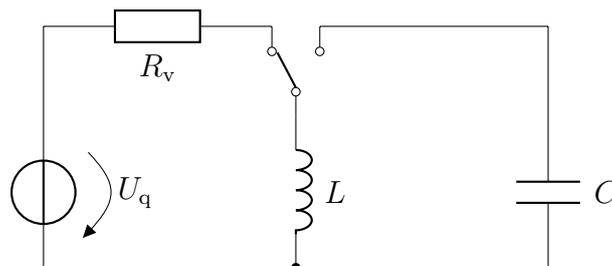


Man berechne zunächst den Strom $i(t)$ und daraus die Spannung $u_C(t)$ an einem in Reihe geschalteten Kondensator mit der Kapazität C . Schließlich skizziere man alle Größen.

$$\frac{1}{\omega C} = \omega L = 10 \Omega \quad u_C(t = 0) = 100 \text{ V} \quad i(t = 0) = 0$$

Aufgabe 45: Gespeicherte Energie ★★☆☆

Die Energie, die in einer Induktivität $L = 1 \text{ mH}$ gespeichert ist, wenn in ihr ein Strom von $I = 10 \text{ A}$ fließt, wird von einer Kapazität $C = 100 \text{ nF}$ aufgenommen.

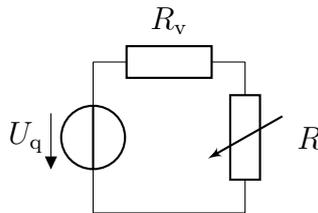


Welche Werte erreicht die Spannung am Kondensator

- a) wenn der Kondensator zuvor ungeladen war,
- b) ausgehend von $U_C = +500 \text{ V}$,
- c) ausgehend von $U_C = -500 \text{ V}$?

Aufgabe 46: Grundstromkreis ★★☆☆

Man bemesse den Vorwiderstand R_v eines Einstellreglers mit den Nennwerten $10 \text{ k}\Omega$ und $0,1 \text{ W}$ so, dass bei beliebiger Einstellung der zulässige Strom nicht überschritten wird. Die Quellspannung beträgt $U_q = 12 \text{ V}$.



Aufgabe 47: Reihenschaltung ★★★

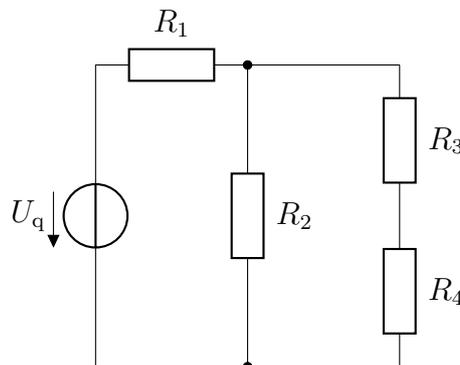
Zwei Glühlampen mit 230 V Nennspannung sollen an 460 V in Reihenschaltung betrieben werden.

Welche Leistungen würden eine 75 W -Lampe und eine 100 W -Lampe dabei aufnehmen?

- a) Die Temperaturabhängigkeit des Widerstandes ist zu vernachlässigen.
- b) Der Widerstand ändert sich mit der Temperatur und damit auch mit der Leistung. Als Annahme gilt $R/R_n = (P/P_n)^{0,25}$, wobei der Index n für den Nennzustand steht.

Aufgabe 48: Leistung ★★☆☆

Welcher Widerstand wird mit der größten Verlustleistung belastet? Wie groß ist diese?



$$U_q = 100 \text{ V} \quad R_1 = 30 \Omega \quad R_2 = 210 \Omega \quad R_3 = 30 \Omega \quad R_4 = 75 \Omega$$

Aufgabe 49: Temperaturabhängigkeit ★ ★ ☆

Ein Widerstand mit einem Temperaturkoeffizient von $\alpha = 0,004 \frac{1}{\text{K}}$ liegt an einer konstanten Spannung. Um wie viel sinkt seine Leistung

- infolge einer Temperaturerhöhung um 100 K?
- bei einem Spannungsrückgang von 10 %?
- infolge beider Einflüsse (näherungsweise und exakt)?

Aufgabe 50: Grundstromkreis ★ ★ ☆

An einen aktiven Zweipol mit einer Quellspannung von $U_q = 40 \text{ V}$ und einem Innenwiderstand von $R_i = 4 \Omega$ wird ein variabler Außenwiderstand R_a angeschlossen.

Wie groß sind die Spannung U_a , der Strom I_a , die Leistung P_a und der Wirkungsgrad η bei $R_a = 0; 2 \Omega; 4 \Omega; 10 \Omega$ und $R_a \rightarrow \infty$?

Man stelle die errechneten Größen in Abhängigkeit von R_a grafisch dar.

Aufgabe 51: Leistungsanpassung ★ ★ ☆

Ein Akkumulator wird als reale Spannungsquelle betrachtet. Beim Entladen des Akkus an einer $0,5 \Omega$ -Last stellt sich eine Klemmenspannung von 3 V und ein Strom von 6 A ein. Beim Aufladen des Akkus wird eine Klemmenspannung von 9 V und ein Strom von -3 A gemessen.

Welche Leistung kann der Akku maximal abgeben?

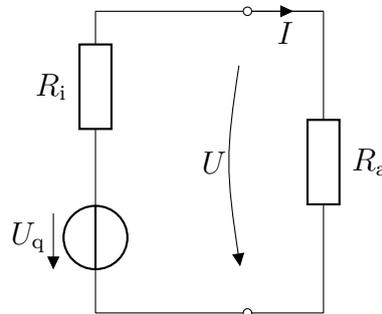
Aufgabe 52: Grundstromkreis ★ ★ ☆

Ein linearer aktiver Zweipol soll an einem Widerstand $R_{a1} = 10 \Omega$ eine Leistung $P_1 = 20 \text{ W}$ abgeben. Bei Verringerung des Widerstandes auf $R_{a2} = 5 \Omega$ soll die Leistung auf $P_2 = 30 \text{ W}$ steigen.

Man berechne die Leerlaufspannung und den Innenwiderstand des aktiven Zweipols.

Aufgabe 53: Grundstromkreis ★★☆

An einer Spannungsquelle mit unbekanntem Innenwiderstand R_i wurden $1,5\text{ V}$ im Leerlauf und 1 V bei 1 A Stromentnahme gemessen.

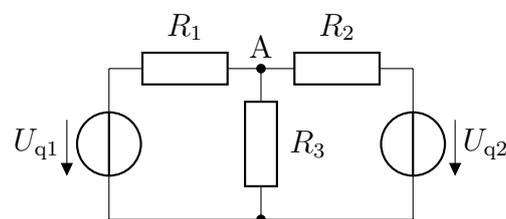


- Man gebe eine Gleichung für die Gerade an, welche die beiden Punkte verbindet, also die Gleichung für die Belastungskennlinie der Quelle.
- Wie groß ist der Innenwiderstand R_i ?
- Für folgende Fälle sind jeweils der Arbeitspunkt (Klemmenspannung U , Klemmenstrom I) und die Leistung P_a über dem Außenwiderstand R_a zu berechnen:
 - Kurzschluss ($R_a = 0$),
 - $R_a = 1\ \Omega$,
 - Leistungsanpassung ($R_a = R_i$).

Aufgabe 54: Netzwerkberechnung ★★☆

Man berechne die Ströme durch die drei Widerstände R_1 , R_2 und R_3 mit Hilfe der

- Zweigstromanalyse,
- Maschenstromanalyse.



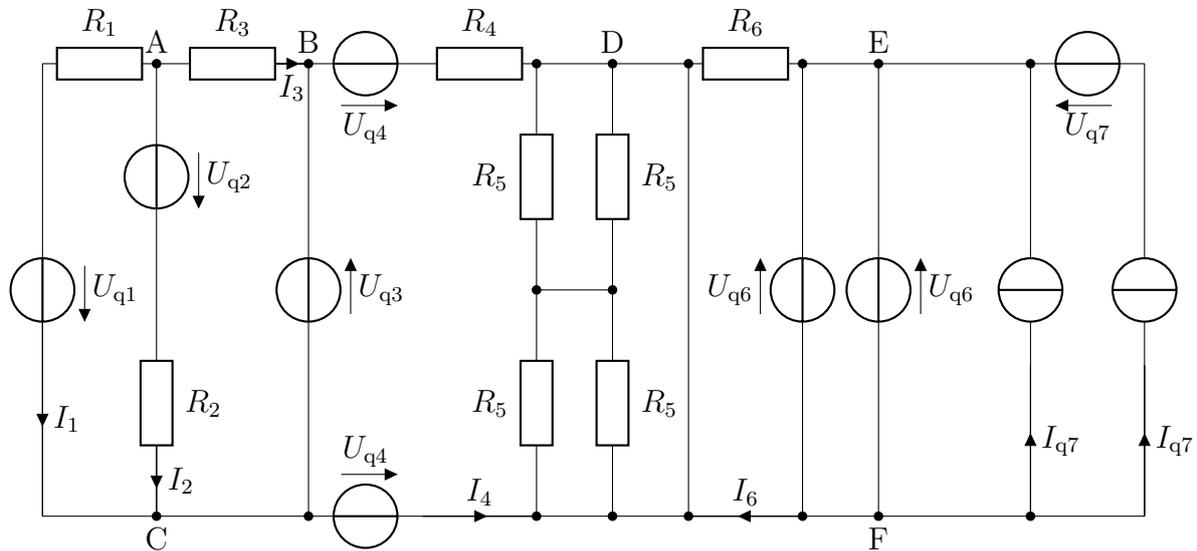
$$U_{q1} = 5\text{ V}$$

$$U_{q2} = 1\text{ V}$$

$$R_1 = R_2 = R_3 = 1\ \Omega$$

Aufgabe 55: Netzwerkberechnung ★★☆☆

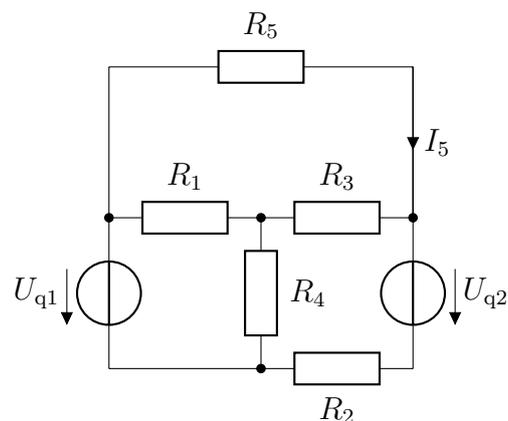
Man untersuche die Schaltung auf Vereinfachungsmöglichkeiten, berechne die Ströme I_4 und I_6 und stelle die zur Berechnung von I_3 nötigen Gleichungen auf.



Aufgabe 56: Netzwerkberechnung ★★☆☆

Man berechne den Strom I_5 mit Hilfe der

- Zweigstromanalyse,
- Maschenstromanalyse,
- Knotenspannungsanalyse.



$$R_1 = R_5 = 5 \Omega$$

$$R_2 = R_3 = R_4 = 10 \Omega$$

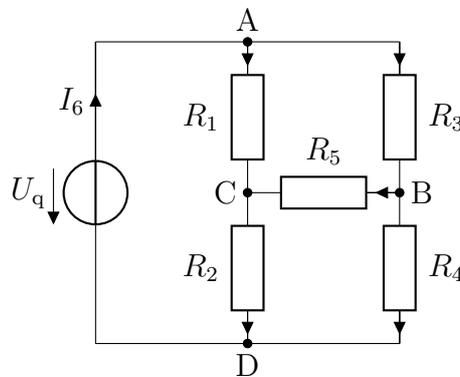
$$U_{q1} = 10 \text{ V}$$

$$U_{q2} = 2 \text{ V}$$

Aufgabe 57: Netzwerkberechnung ★★☆

Für die gezeigte Brückenschaltung ist ein Gleichungssystem zur Berechnung der Ströme gesucht.

- Man stelle vier Knotengleichungen auf und zeige, dass nur drei von ihnen unabhängig sind.
- Um ein System unabhängiger Maschengleichungen zu finden, markiere man einen vollständigen Baum bzw. ein System unabhängiger Zweige. Man zeichne mehrere Bäume.
- Man vergleiche die Anzahl der Variablen mit der der Gleichungen.
- Man stelle drei unabhängige Maschengleichungen auf und zeige, dass sich alle anderen durch Addition aus ihnen berechnen lassen.



Zusatzaufgaben:

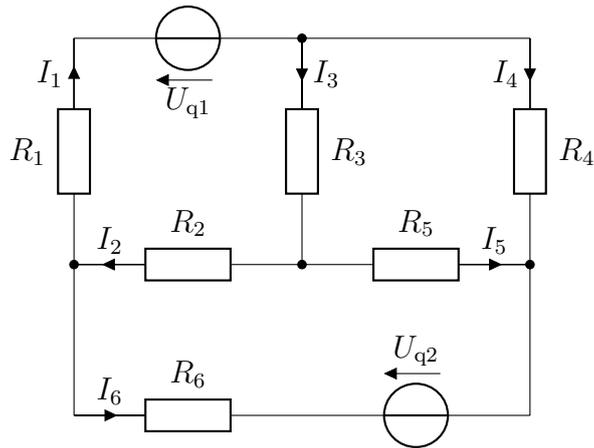
- Wie kann das aufgestellte Gleichungssystem genutzt werden, um den Widerstand R_{AB} zu bestimmen?
- Man benutze die in Aufgabe 30 gegebenen Werte für die Widerstände R_1 bis R_5 , setze die Quellspannung z. B. auf $U_q = 1 \text{ V}$, löse das Gleichungssystem und berechne den Widerstand R_{AB} .
- Man vergleiche das Ergebnis für den Widerstand R_{AB} mit dem von Aufgabe 30 und diskutiere die Vor- und Nachteile der jeweiligen Rechenwege.

Aufgabe 58: Netzwerkberechnung ★★☆

Man gebe ein Gleichungssystem zur Berechnung der Ströme I_1 bis I_6 unter Verwendung der

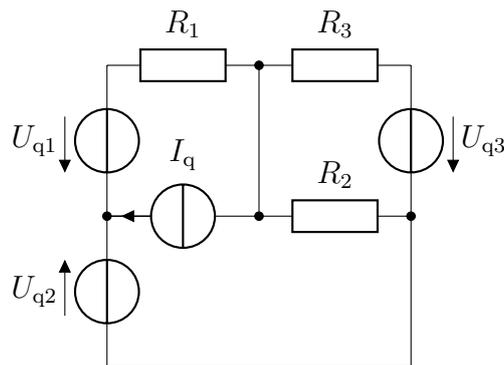
- Zweigstromanalyse
- Maschenstromanalyse

an.



Aufgabe 59: Zweigstromanalyse ★★☆

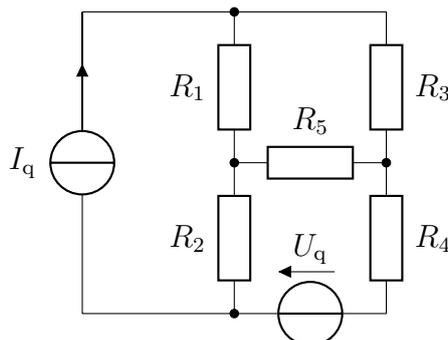
Gesucht ist ein Gleichungssystem zur Berechnung aller Ströme in der gezeigten Schaltung mit Hilfe der Zweigstromanalyse.



Aufgabe 60: Netzwerkberechnung ★★☆

Man stelle ein zur Berechnung aller Ströme erforderliches Gleichungssystem mittels

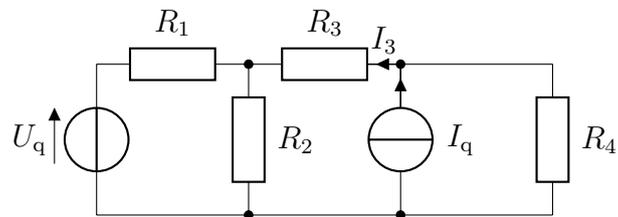
- Zweigstromanalyse auf. Warum benötigt man 5 Gleichungen mit 5 Unbekannten?
- Maschenstromanalyse auf. Warum genügen 2 Gleichungen mit 2 Unbekannten?



Aufgabe 61: Netzwerkberechnung ★★☆☆

Man berechne den Strom I_3 allgemein

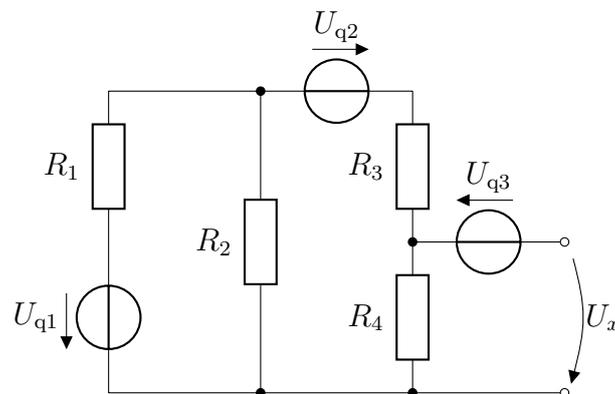
- mit Hilfe der Zweipoltheorie,
- durch Superposition von $I_{3(U_q)}$ und $I_{3(I_q)}$.



Aufgabe 62: Netzwerkberechnung ★★☆☆

Man berechne die Spannung U_x

- durch Superposition,
- mittels Zweipoltheorie (Widerstand R_4 abtrennen).

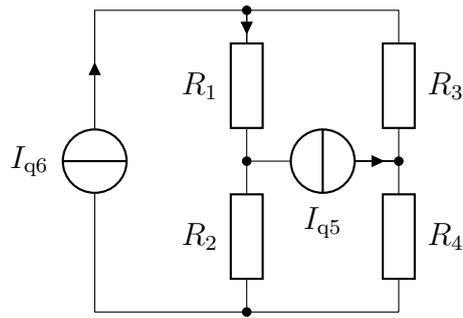


$$R_1 = R_2 = 20 \Omega \quad R_3 = 10 \Omega \quad R_4 = 40 \Omega \quad U_{q1} = 4 \text{ V} \quad U_{q2} = U_{q3} = 3 \text{ V}$$

Aufgabe 63: Netzwerkberechnung ★★☆☆

Man berechne den Strom I_1 allgemein

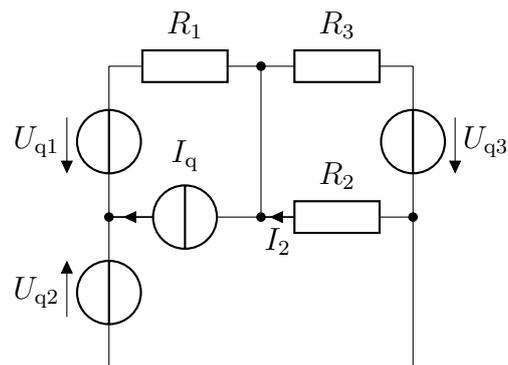
- durch Superposition,
- mit Hilfe der Maschenstromanalyse (unter Verwendung von nur einer Maschengleichung),
- durch Knotenspannungsanalyse.



Aufgabe 64: Netzwerkberechnung ★★☆

Man berechne den Strom I_2 allgemein

- durch Superposition,
- mittels Zweipoltheorie,
- mittels Knotenspannungsanalyse.



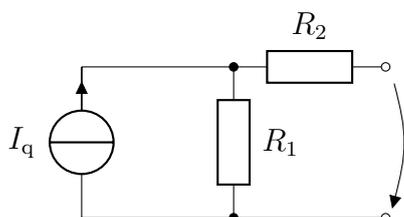
Aufgabe 65: Zweipoltheorie ★★☆

Man errechne die Ersatzparameter

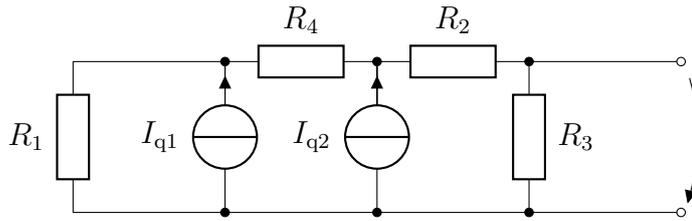
- Leerlaufspannung,
- Innenwiderstand
- und Kurzschlussstrom

folgender Zweipole.

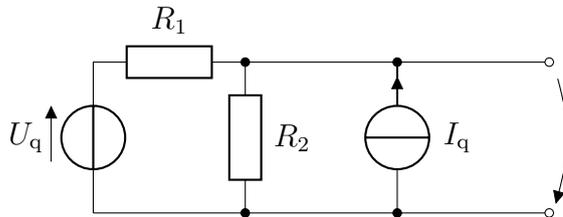
a)



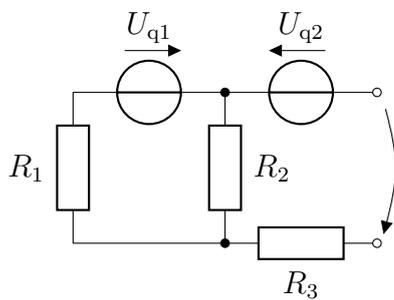
b)



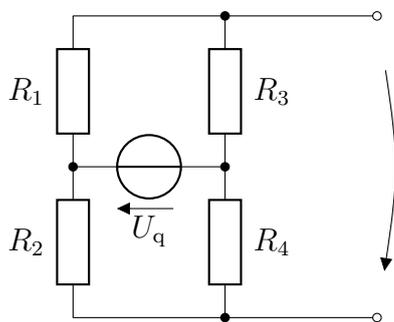
c)



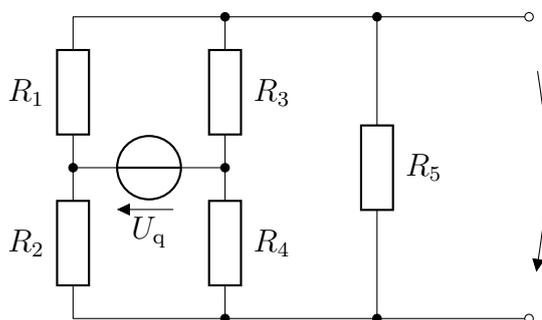
d)



e)



f)



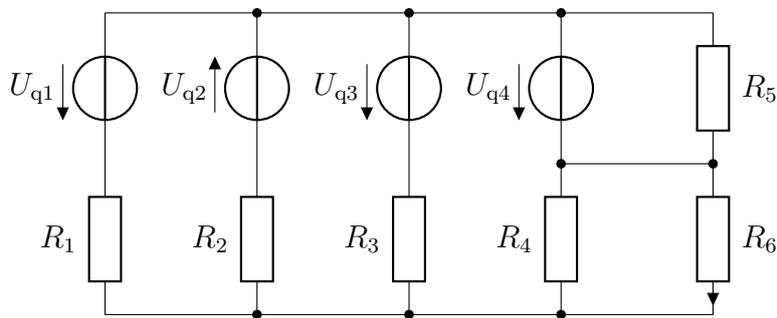
Aufgabe 66: Zweipoltheorie ★★☆☆

Der Strom durch den Widerstand R_6 ist

a) allgemein

b) wertmäßig

zu berechnen. Eine Vereinfachung der Schaltung ist durch Umformung von Spannungsquellen in Stromquellen und Zusammenfassung möglich.



$$U_{q1} = U_{q3} = 10 \text{ V}$$

$$U_{q2} = 5 \text{ V}$$

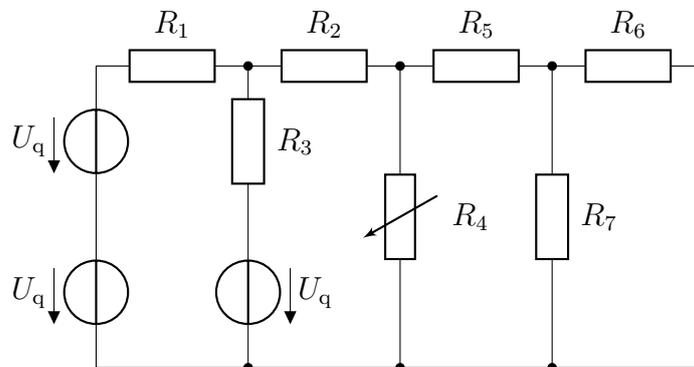
$$U_{q4} = 2,5 \text{ V}$$

$$R_1 = 0,5 \Omega$$

$$R_2 = R_3 = R_4 = R_5 = R_6 = 1 \Omega$$

Aufgabe 67: Leistungsanpassung ★★☆

Welche Leistung kann der Widerstand R_4 maximal aufnehmen?



$$U_q = 2 \text{ V}$$

$$R_1 = R_6 = 6 \Omega$$

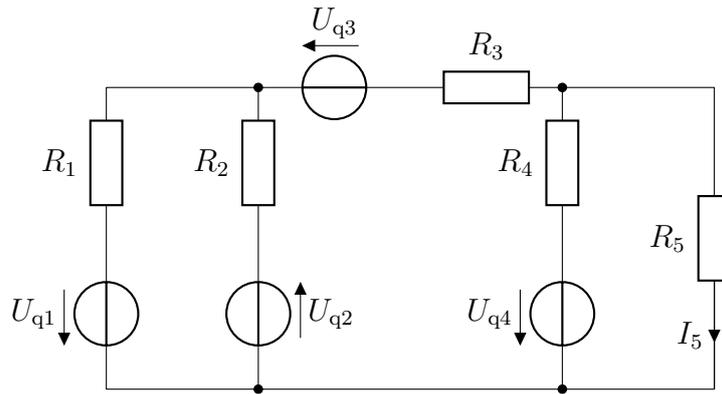
$$R_2 = R_5 = 3 \Omega$$

$$R_3 = R_7 = 2 \Omega$$

Aufgabe 68: Netzwerkberechnung ★★☆

Man berechne den Strom I_5 mit Hilfe der

- Zweipoltheorie,
- Maschenstromanalyse.

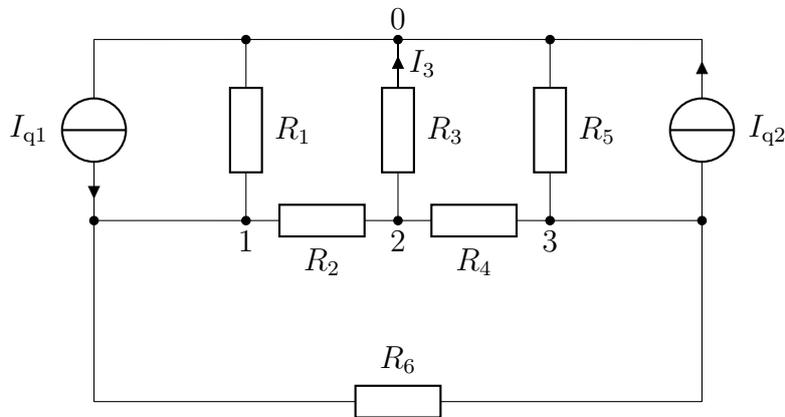


$$U_{q1} = U_{q3} = 10 \text{ V} \quad U_{q2} = U_{q4} = 20 \text{ V} \quad R_1 = R_3 = 10 \, \Omega \quad R_2 = R_5 = 20 \, \Omega \quad R_4 = 5 \, \Omega$$

Aufgabe 69: Netzwerkberechnung ★★☆☆

Man berechne den Strom I_3 durch den Widerstand R_3 mittels

- Knotenspannungsanalyse,
- Maschenstromanalyse.



$$I_{q1} = 2 \text{ A} \quad I_{q2} = 1 \text{ A} \quad R_3 = 0,5 \, \Omega \quad R_2 = 1 \, \Omega \quad R_1 = R_6 = 2 \, \Omega \quad R_4 = R_5 = 5 \, \Omega$$

Aufgabe 70: Diodenkennlinie ★★☆☆

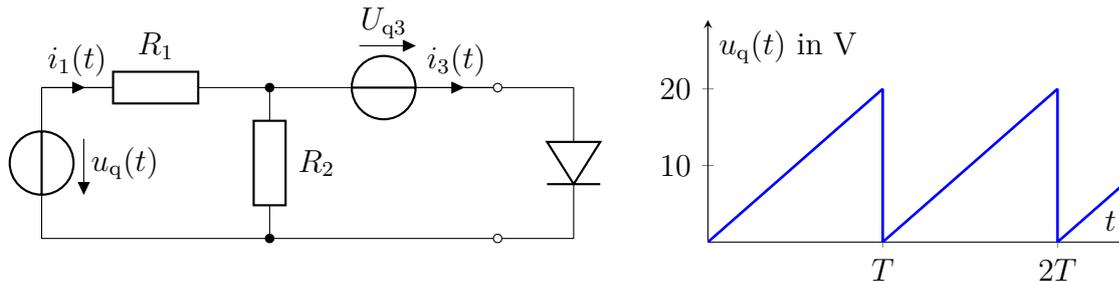
Gegeben ist die Gleichung der Kennlinie einer Diode (*Shockley*-Gleichung):

$$I = 1 \text{ pA} \cdot \left(e^{\frac{U}{25 \text{ mV}}} - 1 \right) .$$

- a) Sie ist für $I < 1 \text{ A}$ darzustellen und durch eine Näherungsgerade zu ersetzen (Stützpunkte $0,2 \text{ A}$ und $0,9 \text{ A}$).
- b) Man berechne den differentiellen Widerstand $\frac{dU}{dI}$ in Abhängigkeit von I .

Aufgabe 71: Konstruktion von Kennlinien ★★☆

Man konstruiere die Kennlinie $i_1 = f(u_q)$ der Zusammenschaltung der in Aufgabe 70 gegebenen Diode mit den Elementen $U_{q3} = 10 \text{ V}$, $R_1 = 1 \Omega$ und $R_2 = 10 \Omega$.



Durch Spiegelung des gegebenen Verlaufs der Quellspannung $u_q(t)$ an der konstruierten Kennlinie bestimme man dann punktweise $i_1(t)$.

Aufgabe 72: Zweipoltheorie und Nichtlinearitäten ★★☆

Man berechne die Ersatzparameter des aktiven Zweipols in Aufgabe 71 und bestimme durch Spiegelung den Diodenstrom $i_3(t)$ aus der mit dem Ersatzinnenwiderstand $R_{i,ers}$ „gescherten“ Diodenkennlinie.

Aufgabe 73: Diodenkennlinie ★★★

Wie verteilt sich ein Strom von $I = 10 \text{ A} = I_1 + I_2$ auf zwei parallel geschaltete Dioden mit folgenden Kennlinien:

$$I_1 = 1 \text{ pA} \cdot \left(e^{\frac{U}{25 \text{ mV}}} - 1 \right) \quad \text{und} \quad I_2 = 1 \text{ pA} \cdot \left(e^{\frac{U}{24 \text{ mV}}} - 1 \right) \quad ?$$

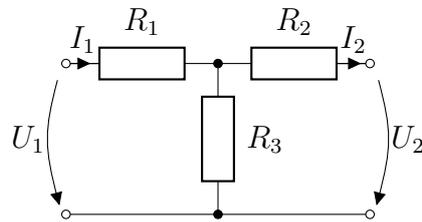
Wie kann eine Linearisierung wie bei Aufgabe 70 zur näherungsweisen Lösung benutzt werden?

Aufgabe 74: Vierpoltheorie ★★☆

Man berechne für den gezeigten Vierpol die

- a) r -Parameter,
b) g -Parameter,

- c) h -Parameter,
- d) a -Parameter.



$$R_1 = 10 \Omega$$

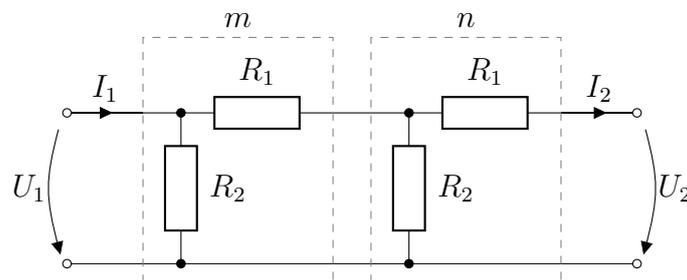
$$R_2 = 20 \Omega$$

$$R_3 = 30 \Omega$$

Aufgabe 75: Kettenschaltung ★★☆

Man berechne die a -Parameter der gezeigten Kettenschaltung der Vierpole m und n

- a) durch Multiplikation der Vierpolmatrizen $[\mathbf{a}_m]$ und $[\mathbf{a}_n]$,
- b) direkt aus den Spannungen U_1 und U_2 sowie den Strömen I_1 und I_2 .



$$R_1 = 4 \Omega$$

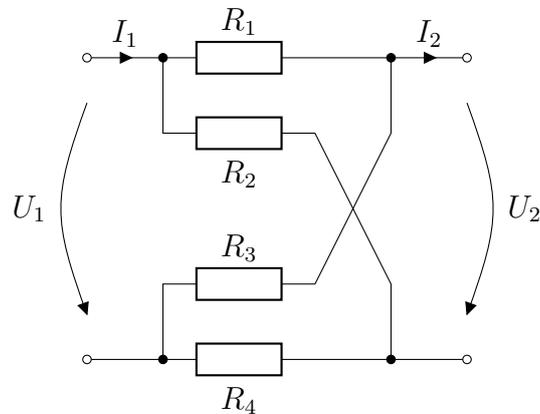
$$R_2 = 2 \Omega$$

Aufgabe 76: Vierpoltheorie ★★☆

Man berechne die g -Parameter des in Aufgabe 75 skizzierten Vierpols mit $R_1 = 1 \Omega$ und $R_2 = 2 \Omega$.

Aufgabe 77: Vierpoltheorie ★★★

Man berechne allgemein die g -Parameter des gezeigten Vierpols.



Aufgabe 78: Vierpoltheorie ★★★

Aus den Definitionen der g - und der h -Parameter errechne man die allgemeingültigen Umrechnungsbeziehungen zwischen ihnen.

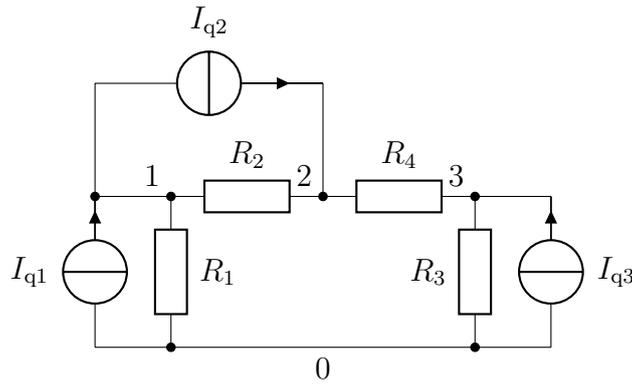
Aufgabe 79: Vierpoltheorie ★★★☆

Man berechne unter Verwendung der Vierpolparameter nach Aufgabe 74a)

- welche Ströme I_1 , I_2 und welche Spannung U_2 sich am Vierpol einstellen, wenn eine Eingangsspannung von $U_1 = 50 \text{ V}$ angelegt wird und der Vierpol ausgangsseitig mit $R_a = 10 \Omega$ abgeschlossen ist,
- welche Eingangsspannung U_1 notwendig ist, um im ausgangsseitigen Lastwiderstand von $R_a = 17,5 \Omega$ einen Strom von $I_2 = 1,5 \text{ A}$ zu erhalten.

Aufgabe 80: Knotenspannungsanalyse ★★★☆

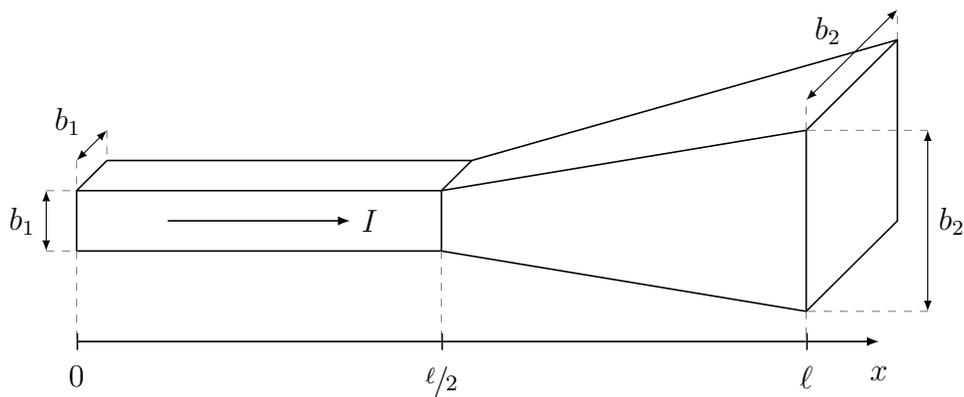
Man stelle unter Verwendung der Knotenspannungsanalyse die zur Berechnung aller Zweigströme notwendigen Gleichungen auf.



Aufgabe 81: Stromdichte ★★☆

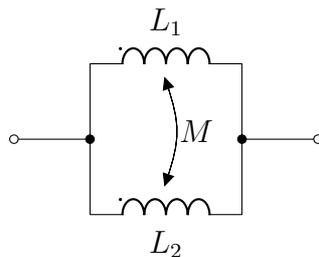
Eine Stromschiene mit variablem Querschnitt wird in x -Richtung von einem Strom I durchflossen. Der Strom tritt in Fläche 1 ein und aus Fläche 2 aus.

Man berechne mit $b_2 = 3 \cdot b_1$ die Stromdichte in Abhängigkeit von der Ortskoordinate x , d. h. $J = f(x)$. Die Stromdichte ist in normierter Form $\frac{J(x)}{J(0)}$ grafisch darzustellen.



Aufgabe 82: Gekoppelte Induktivitäten ★★★

Zwei gekoppelte Wicklungen L_1 und L_2 sind parallel geschaltet. Man berechne die Ersatzinduktivität allgemein und als Wert.



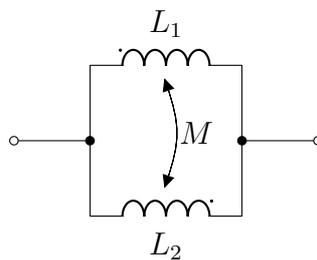
$$L_1 = 1 \text{ H}$$

$$L_2 = 2 \text{ H}$$

$$M = 0,5 \text{ H}$$

Aufgabe 83: Gekoppelte Induktivitäten ★★☆

Zwei gekoppelte Wicklungen L_1 und L_2 sind wie in Aufgabe 82 parallel geschaltet, allerdings ist die Kopplung hier gegensinnig. Man berechne erneut die Ersatzinduktivität allgemein und als Wert.



$$L_1 = 1 \text{ H}$$

$$L_2 = 2 \text{ H}$$

$$M = 0,5 \text{ H}$$

Aufgabe 84: Knotenspannungsanalyse ★★☆

Man berechne unter Verwendung der Knotenspannungsanalyse die Ersatzwiderstände zwischen den Eckpunkten

- a) 1 und 2,
- b) 1 und 3,
- c) 1 und 7

des in Aufgabe 29 gezeigten Widerstandswürfels.

Gegenüber Aufgabe 29 sollen die zwölf Widerstände die Werte

$$R_{12} = 12 \Omega$$

$$R_{14} = 14 \Omega$$

$$R_{15} = 15 \Omega$$

$$R_{23} = 23 \Omega$$

$$R_{26} = 26 \Omega$$

$$R_{34} = 34 \Omega$$

$$R_{37} = 37 \Omega$$

$$R_{48} = 48 \Omega$$

$$R_{56} = 56 \Omega$$

$$R_{58} = 58 \Omega$$

$$R_{67} = 67 \Omega$$

$$R_{78} = 78 \Omega$$

haben, wobei R_{ij} den Widerstand an der Kante von i nach j des Würfels bezeichnet.

Aufgabe 85: Differentieller Widerstand ★ ☆ ☆

An einem Bauelement wurde folgender Zusammenhang zwischen Spannung und Strom ermittelt.

$$U = 0,7 \text{ V} + 2 \frac{\text{V}}{\text{A}} \cdot I$$

Man berechne den Gleichstromwiderstand R und den differentiellen Widerstand r_D bei einem Strom von $I = 20 \text{ mA}$.

Aufgabe 86: Differentieller Widerstand eines Varistors ★ ★ ☆

Die Strom-Spannungs-Kennlinie eines Varistors (vom englischen „variable resistor“) kann durch folgende Formel angenähert werden:

$$|I| = \left(\frac{|U|}{U_{1\text{A}}} \right)^n \cdot 1 \text{ A}$$

Dabei ist $U_{1\text{A}}$ der Spannungsabfall über dem Varistor bei einem Strom von 1 A. Der Exponent n bestimmt die Steigung der Kennlinie und liegt typischerweise bei $n \approx 5$ für Varistoren aus Siliziumkarbid und bei $n > 20$ für Zinkoxid-Varistoren.

Man zeichne die Strom-Spannungs-Kennlinie für $U_{1\text{A}} = 300 \text{ V}$ und $n = 20$. Weiterhin berechne man den Gleichstromwiderstand R und den differentiellen Widerstand r_D bei einem Strom von $I = 5 \text{ A}$.

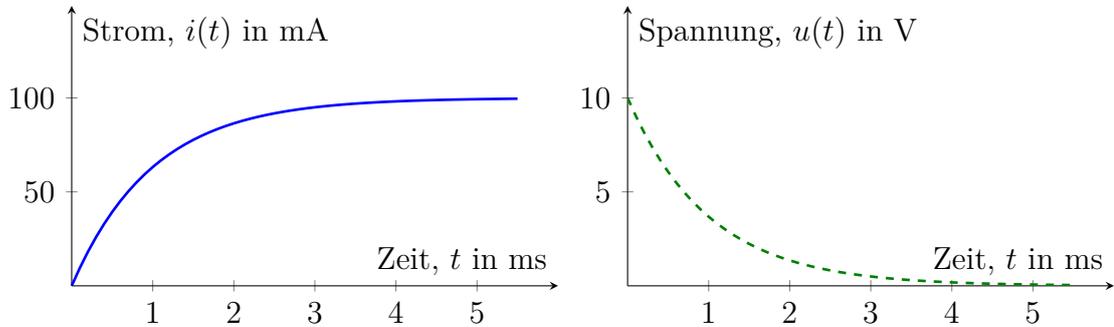
Für welche Anwendung lässt sich ein solches Bauelement einsetzen?

Ergebniskontrolle

1. $t = 104,7 \text{ s}$

2. $\frac{W}{\text{kWh}} = 10,7 \cdot 10^{-9} \cdot \frac{\text{m}}{\text{kg}} \cdot \left(\frac{\text{v}}{\frac{\text{km}}{\text{h}}}\right)^2$; $W = 0,482 \text{ kWh}$

3. $u(t) = 10 \text{ V} \cdot e^{-\frac{t}{1 \text{ ms}}}$

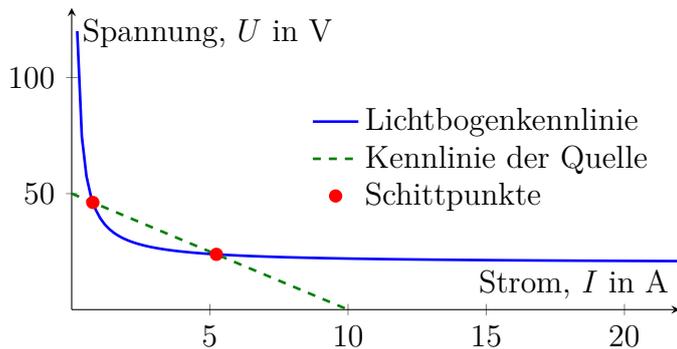


4. $U_2 = 0,316 \text{ V}$

5. $F = 500 \text{ N}$

6. $P_{\text{el}} = 2,16 \text{ kW}$

7.



Schnittpunkte: $23,82 \text{ V} / 5,236 \text{ A}$ und $46,18 \text{ V} / 0,764 \text{ A}$

8. $F = -4,6 \cdot 10^{-24} \text{ N}$

9. $Q = 240 \text{ As}$; $F = 1,294 \cdot 10^{14} \text{ N}$

10. $F = 2,306 \cdot 10^{-4} \text{ N}$; $E = 1,44 \cdot 10^{15} \frac{\text{V}}{\text{m}}$

11. a) $F = 1,602 \cdot 10^{-15} \text{ N}$

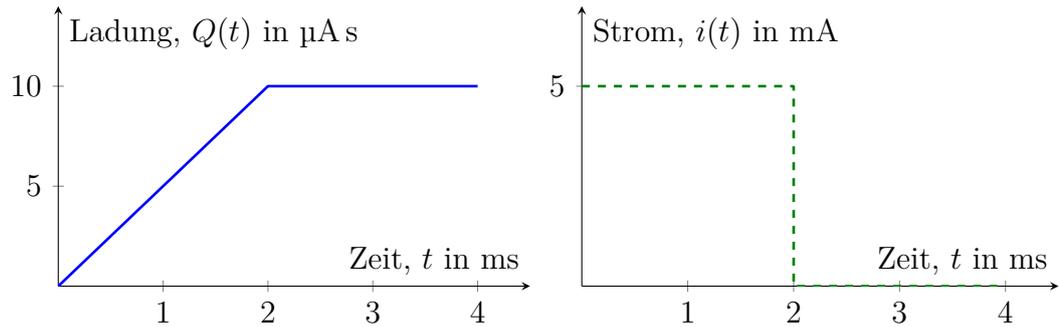
b) $a = 1,76 \cdot 10^{15} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

c) $v = 1760 \frac{\text{km}}{\text{s}}$

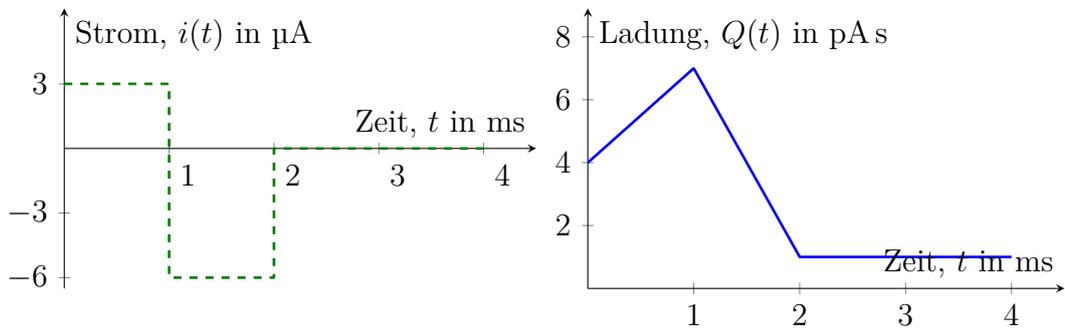
d) $s = 1,4 \text{ cm}$

e) $v = 10\,028,3 \frac{\text{km}}{\text{s}}$

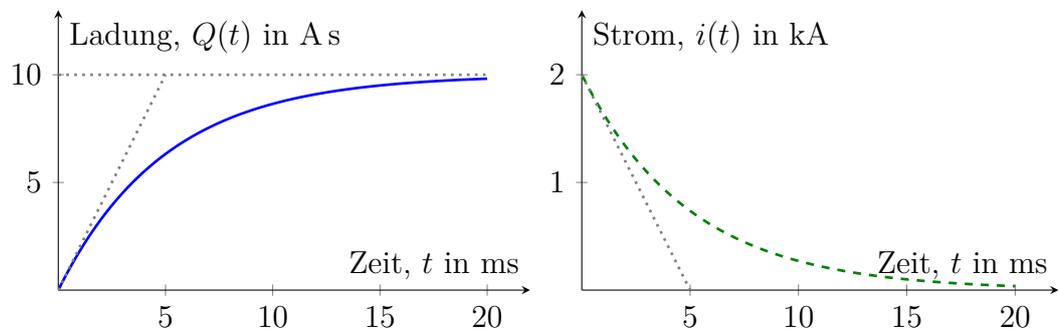
12. $0 \leq t < 1 \text{ s} : i(t) = 1 \frac{\text{A}}{\text{s}} \cdot t \quad Q(t) = \frac{1}{2} \frac{\text{A}}{\text{s}} \cdot t^2$
 $1 \text{ s} \leq t < 3 \text{ s} : i = 1 \text{ A} \quad Q(t) = 1 \text{ A} \cdot t - 0,5 \text{ A s}$
 $3 \text{ s} \leq t < 4 \text{ s} : i = 0 \quad Q = 2,5 \text{ A s}$
 $4 \text{ s} \leq t < 5 \text{ s} : i = -2 \text{ A} \quad Q(t) = -2 \text{ A} \cdot t + 10,5 \text{ A s}$
 $5 \text{ s} \leq t \leq 6 \text{ s} : i(t) = 1 \frac{\text{A}}{\text{s}} \cdot t - 6 \text{ A} \quad Q(t) = \frac{1}{2} \frac{\text{A}}{\text{s}} \cdot (t - 6 \text{ s})^2$
13. a) $0 \leq t < 2 \text{ ms} : i = 5 \text{ mA}$
 $2 \text{ ms} \leq t : i = 0$



- b) $0 \leq t < 1 \mu\text{s} : Q(t) = 3 \mu\text{A} \cdot t + 4 \text{ pA s}$
 $1 \mu\text{s} \leq t < 2 \mu\text{s} : Q(t) = -6 \mu\text{A} \cdot t + 13 \text{ pA s}$
 $2 \mu\text{s} \leq t : Q = 1 \text{ pA s}$



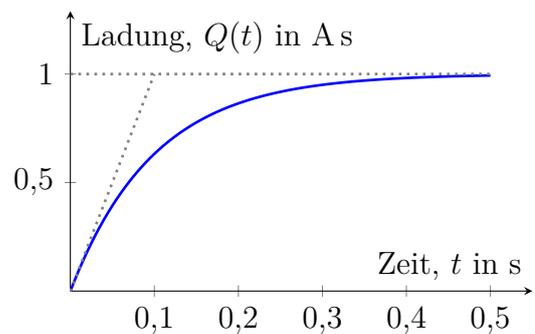
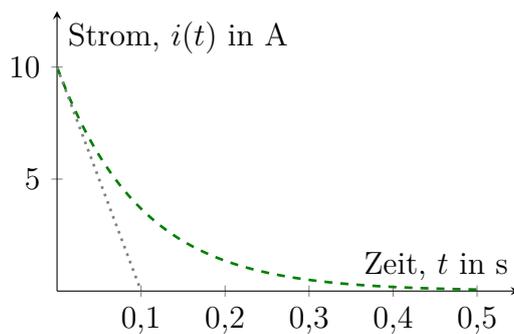
- c) $f = 50 \text{ Hz}$
d) $i(t) = 2000 \text{ A} \cdot e^{-\frac{t}{5 \text{ ms}}}$



14. a) $0 \leq t < 1 \text{ s} : i = 0$
 $1 \text{ s} \leq t < 3 \text{ s} : i = 0,5 \text{ A}$
 $3 \text{ s} \leq t < 4 \text{ s} : i = -1 \text{ A}$
 $4 \text{ s} \leq t < 5 \text{ s} : i = 0$
 $5 \text{ s} \leq t < 7 \text{ s} : i = -0,5 \text{ A}$
 $7 \text{ s} \leq t \leq 8 \text{ s} : i = 1 \text{ A}$

- b) $0 \leq t < 1 \text{ s} : Q = 0$
 $1 \text{ s} \leq t < 3 \text{ s} : Q(t) = \frac{1}{4} \frac{\text{A}}{\text{s}} \cdot (t - 1 \text{ s})^2$
 $3 \text{ s} \leq t < 4 \text{ s} : Q(t) = -\frac{1}{2} \frac{\text{A}}{\text{s}} \cdot (t - 4 \text{ s})^2 + 1,5 \text{ A s}$
 $4 \text{ s} \leq t < 5 \text{ s} : Q = 1,5 \text{ A s}$
 $5 \text{ s} \leq t < 7 \text{ s} : Q(t) = -\frac{1}{4} \frac{\text{A}}{\text{s}} \cdot (t - 5 \text{ s})^2 + 1,5 \text{ A s}$
 $7 \text{ s} \leq t \leq 8 \text{ s} : Q(t) = \frac{1}{2} \frac{\text{A}}{\text{s}} \cdot (t - 8 \text{ s})^2$

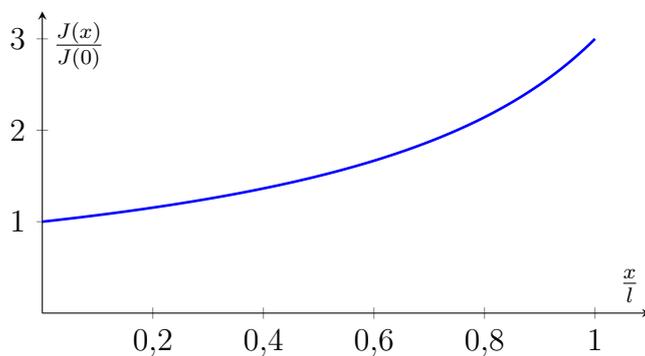
15. a)



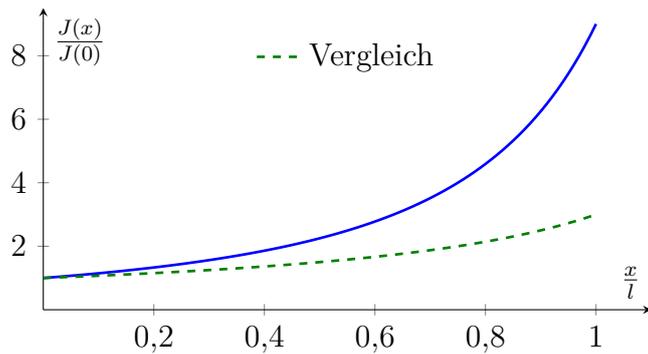
b) $Q(t = 3\tau) = 0,95 \text{ A s}$

c) $n = 5,9 \cdot 10^{18}$

16. $\frac{J(x)}{J(0)} = \frac{1}{1 - \frac{2}{3} \cdot \frac{x}{l}}$

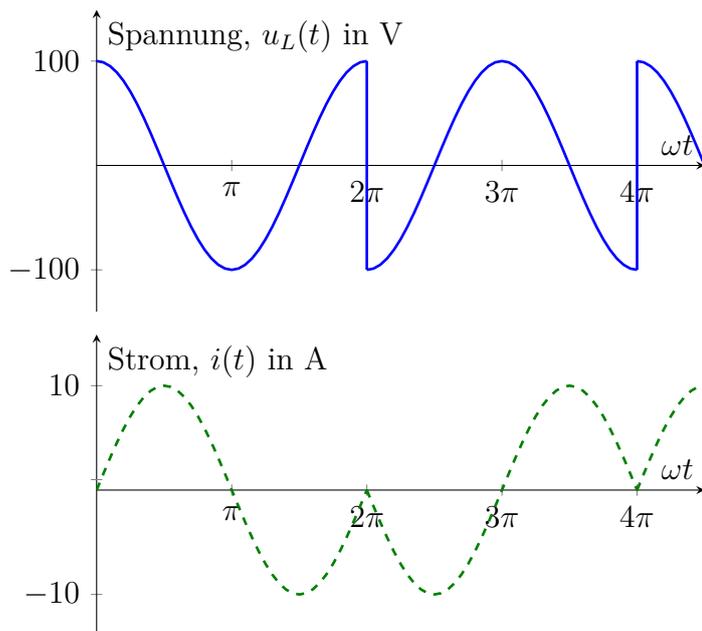


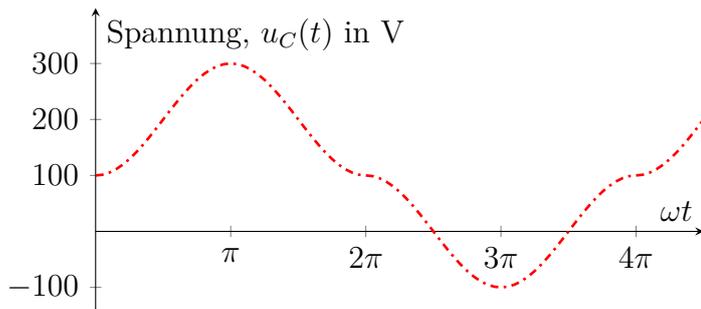
17. $\frac{J(x)}{J(0)} = \frac{1}{\left(1 - \frac{2}{3} \cdot \frac{x}{l}\right)^2}$



18. $U_q = 8 \text{ V}; U_3 = 6 \text{ V}; U_{AB} = 1 \text{ V}$
19. $U_{AB} = -24 \text{ V}; R_{BC} = 3 \Omega; U_{CD} = 12 \text{ V}; R_{DE} = 1 \Omega; R_{EF} = 2 \Omega; U_{AF, \text{leer}} = -12 \text{ V}$
20. $I = 10 \text{ A}; J = 4 \frac{\text{A}}{\text{mm}^2}$
21. a) $N = 1792$
 b) $A_{\text{Cu}} = 0,04464 \text{ mm}^2$
 c) $R = 107,5 \Omega; I = 0,2232 \text{ A}$
22. a) $I \approx 1 \text{ A}; J \approx 8 \frac{\text{A}}{\text{mm}^2}$
23. $F_{\text{rel}} = -7,4 \%$
24. $R_1 = 5 \text{ k}\Omega; R_2 = 1,25 \text{ k}\Omega$
25. a) $\vartheta = 47,5 \text{ }^\circ\text{C}$
 b) 10%
26. $\frac{R_1}{R_2} = 0,618$
27. $\frac{R_1}{R_2} = \frac{1}{2} \cdot (k - 2 \pm \sqrt{k^2 - 4k}); k_{\text{min}} = 4$
28. a) $R_{AB} = 0,8 \Omega$
 b) $R_{CD} = 0,619 \cdot R$
 c) $R_{EF} = 2 \Omega = R_w$
29. a) $R_{12} = 583 \Omega$
 b) $R_{13} = 750 \Omega$
 c) $R_{17} = 833 \Omega$
30. $R_{AB} = 2,094 \Omega$
31. $U_4 = 1 \text{ V}$
32. a) $U_5 = 1 \text{ V}$
 b) $U_5 = 1 \text{ V}$
33. $U_9 = 4 \text{ V}$
34. $I_3 = 0,01667 \text{ A}$

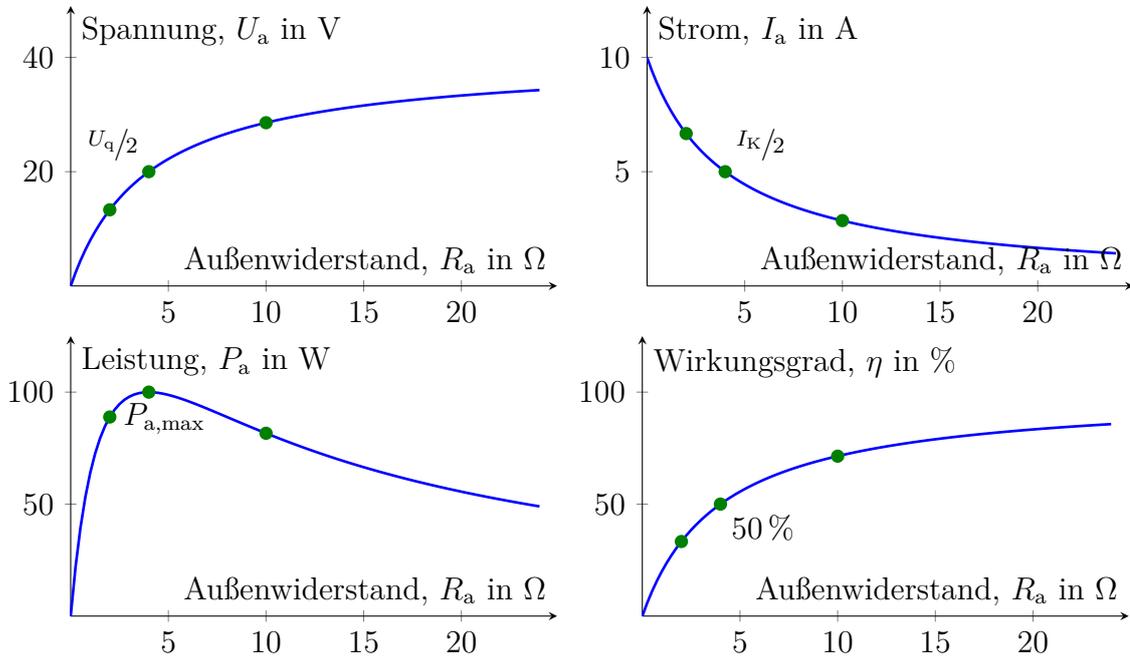
35. Strommessung: $R_p = \frac{R_M}{p-1}$
 Spannungsmessung: $R_s = R_M \cdot (p-1)$
36. a) $\alpha = 0,15$
 b) $\alpha = 0,1575$
 c) $\alpha = 0,1713$
 d) $\alpha = 0,1811$
37. $\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4}$
38. $C = 1,771 \text{ nF}$; $i = 354 \text{ mA}$
39. a) $W = 12,3 \text{ kWh}$
 b) $Q = 0,8855 \text{ A s}$
 c) $J = 79,6 \frac{\text{A}}{\text{mm}^2}$
 d) $\frac{P}{V} = 7,96 \frac{\text{MW}}{\text{cm}^3}$
40. $C_{AB} = 2 \mu\text{F}$
41. $\eta_{\text{Lade}} = 50 \%$
42. $W = 0,225 \text{ mW s}$; $\left(\frac{di}{dt}\right)_{\text{max}} = 48 \frac{\text{A}}{\text{s}}$ bei $t = 0$
43. $L_{\text{ers}} = 1,71 \text{ H}$
44. 1. Periode: $i(t) = 10 \text{ A} \cdot \sin(\omega t)$; $u_C(t) = 200 \text{ V} - 100 \text{ V} \cdot \cos(\omega t)$
 2. Periode: $i(t) = -10 \text{ A} \cdot \sin(\omega t)$; $u_C(t) = 100 \text{ V} \cdot \cos(\omega t)$
 3., 5., 7., ... Periode: wie 1. Periode
 4., 6., 8., ... Periode: wie 2. Periode





45. a) $U_C = 1000 \text{ V}$
 b) $U_C = 1118 \text{ V}$
 c) $U_C = 1118 \text{ V}$
46. $R_v \geq 3,8 \text{ k}\Omega$
47. a) $P_{75} = 97,96 \text{ W}; P_{100} = 73,47 \text{ W}$
 b) $P_{75} = 105,1 \text{ W}; P_{100} = 65,0 \text{ W}$
48. $P_4 = 33,33 \text{ W}$
49. a) $-28,6 \%$
 b) -19%
 c) $-42,2 \%$ (exakt); $-47,6 \%$ (näherungsweise)

50.



51. $P_{a,\max} = 18,375 \text{ W}$
52. $U_q = 16,71 \text{ V}; R_i = 1,82 \Omega$
53. a) $U = 1,5 \text{ V} - 0,5 \Omega \cdot I$
 b) $R_i = 0,5 \Omega$

- c) 0 V / 3 A / 0 W (Kurzschluss)
 1 V / 1 A / 1 W ($R_a = 1 \Omega$)
 0,75 V / 1,5 A / 1,125 W (Leistungsanpassung)

54. $I_1 = 3 \text{ A}; I_2 = 1 \text{ A}; I_3 = 2 \text{ A}$

55. $I_4 = \frac{U_3}{R_4}$

$$I_6 = \frac{U_6}{R_6}$$

$$U_2 + U_3 = I_3 \cdot R_3 - I_2 \cdot R_2$$

$$U_2 - U_1 = I_1 \cdot R_1 - I_2 \cdot R_2$$

$$0 = I_1 + I_2 + I_3$$

56. $I_5 = 0,56 \text{ A}$

57. a) $I_6 = I_1 + I_3$

$$I_3 = I_4 + I_5$$

$$I_2 = I_1 + I_5$$

$$I_6 = I_2 + I_4$$

d) $0 = I_3 \cdot R_3 + I_5 \cdot R_5 - I_1 \cdot R_1$

$$0 = I_1 \cdot R_1 + I_2 \cdot R_2 - I_3 \cdot R_3 - I_4 \cdot R_4$$

$$U_q = I_1 \cdot R_1 + I_2 \cdot R_2$$

58. a) $I_1 \cdot R_1 + I_2 \cdot R_2 + I_3 \cdot R_3 = U_{q1}$

$$I_3 \cdot R_3 + I_5 \cdot R_5 - I_4 \cdot R_4 = 0$$

$$I_6 \cdot R_6 + I_2 \cdot R_2 - I_5 \cdot R_5 = U_{q2}$$

$$I_2 - I_1 - I_6 = 0$$

$$I_1 - I_3 - I_4 = 0$$

$$I_3 - I_2 - I_5 = 0$$

b) $I_a \cdot (R_1 + R_2 + R_3) + I_b \cdot R_3 + I_c \cdot R_2 = U_{q1}$

$$I_a \cdot R_3 + I_b \cdot (R_3 + R_4 + R_5) - I_c \cdot R_5 = 0$$

$$I_a \cdot R_2 - I_b \cdot R_5 + I_c \cdot (R_2 + R_5 + R_6) = U_{q2}$$

$$I_1 = I_a \quad I_4 = -I_b$$

$$I_2 = I_a + I_c \quad I_5 = I_b - I_c$$

$$I_3 = I_a + I_b \quad I_6 = I_c$$

59. $I_2 \cdot R_2 + I_3 \cdot R_3 = U_{q3}$

$$I_3 \cdot R_3 - I_1 \cdot R_1 = U_{q2} + U_{q3} - U_{q1}$$

$$I_1 + I_4 = I_q$$

$$I_1 - I_2 + I_3 = I_q$$

60. a) $-I_1 \cdot R_1 + I_3 \cdot R_3 + I_5 \cdot R_5 = 0$

$$I_2 \cdot R_2 + I_5 \cdot R_5 - I_4 \cdot R_4 = U_q$$

$$I_1 + I_3 = I_q$$

$$I_1 - I_2 + I_5 = 0$$

$$I_3 - I_4 - I_5 = 0$$

$$\begin{aligned} \text{b) } I_a \cdot (R_1 + R_3 + R_5) - I_b \cdot R_5 &= I_q \cdot R_1 \\ -I_a \cdot R_5 + I_b \cdot (R_2 + R_4 + R_5) &= I_q \cdot R_2 - U_q \end{aligned}$$

$$61. I_3 = \frac{U_q \cdot R_2 + I_q \cdot R_4 \cdot (R_1 + R_2)}{R_1 \cdot R_2 + (R_1 + R_2) \cdot (R_3 + R_4)}$$

$$62. U_x = 2,333 \text{ V}$$

$$63. I_1 = \frac{(R_2 + R_4) \cdot I_{q5} + (R_3 + R_4) \cdot I_{q6}}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4}$$

$$64. I_2 = \frac{(U_{q2} - U_{q1}) \cdot R_3 - U_{q3} \cdot R_1 + I_q \cdot R_1 \cdot R_3}{R_1 \cdot R_2 + R_2 \cdot R_3 + R_3 \cdot R_1}$$

$$65. \text{ a) } U_1 = U_{\text{qers}} = I_q \cdot R_1; R_{\text{iers}} = R_1 + R_2; I_k = I_{\text{qers}} = I_q \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

$$\text{b) } U_1 = U_{\text{qers}} = \frac{I_{q1} \cdot R_1 \cdot R_3 + I_{q2} \cdot R_3 \cdot (R_1 + R_4)}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4}; R_{\text{iers}} = \frac{R_3 \cdot (R_1 + R_2 + R_4)}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4}$$

$$I_k = I_{\text{qers}} = \frac{I_{q1} \cdot R_1 + I_{q2} \cdot (R_1 + R_4)}{R_1 + R_2 + R_4}$$

$$\text{c) } U_1 = U_{\text{qers}} = \frac{I_q \cdot R_1 \cdot R_2 - U_q \cdot R_2}{R_1 + R_2}; R_{\text{iers}} = R_1 \parallel R_2 = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}; I_k = I_{\text{qers}} = I_q - \frac{U_q}{R_1}$$

$$\text{d) } U_1 = U_{\text{qers}} = U_{q2} - U_{q1} \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2}; R_{\text{iers}} = R_3 + R_1 \parallel R_2 = R_3 + \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}; I_k = I_{\text{qers}} = \frac{U_{q2}}{R_3 + R_1 \parallel R_2} - \frac{U_{q1}}{R_1 + R_2 \parallel R_3} \cdot \frac{R_2}{R_2 + R_3} = \frac{U_{q2} - U_{q1} \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2}}{R_3 + R_1 \parallel R_2}$$

$$\text{e) } U_1 = U_{\text{qers}} = U_q \cdot \left(\frac{R_4}{R_2 + R_4} - \frac{R_3}{R_1 + R_3} \right); R_{\text{iers}} = R_1 \parallel R_3 + R_2 \parallel R_4 = \frac{R_1 \cdot R_3}{R_1 + R_3} + \frac{R_2 \cdot R_4}{R_2 + R_4};$$

$$I_k = I_{\text{qers}} = U_q \cdot \frac{R_1 \cdot R_4 - R_2 \cdot R_3}{R_1 \cdot R_3 \cdot (R_2 + R_4) + R_2 \cdot R_4 \cdot (R_1 + R_3)}$$

$$\text{f) } U_1 = U_{\text{qers}} = U_q \cdot \left(\frac{R_4}{R_2 + R_4} - \frac{R_3}{R_1 + R_3} \right) \cdot \frac{R_5}{R_5 + R_1 \parallel R_3 + R_2 \parallel R_4}; R_{\text{iers}} = (R_1 \parallel R_3 + R_2 \parallel R_4) \parallel R_5;$$

$$I_k = I_{\text{qers}} = U_q \cdot \frac{R_1 \cdot R_4 - R_2 \cdot R_3}{R_1 \cdot R_3 \cdot (R_2 + R_4) + R_2 \cdot R_4 \cdot (R_1 + R_3)}$$

$$66. \text{ a) } I_6 = \frac{\left(\frac{U_{q1}}{R_1} - \frac{U_{q2}}{R_2} + \frac{U_{q3}}{R_3} \right) \cdot (R_1 \parallel R_2 \parallel R_3) - U_{q4}}{R_1 \parallel R_2 \parallel R_3 + R_4 \parallel R_6} \cdot \frac{R_4}{R_4 + R_6}$$

$$\text{b) } I_6 = 2,5 \text{ A}$$

$$67. P_{4\text{max}} = 173,6 \text{ mW}$$

$$68. I_5 = 0,742 \text{ A}$$

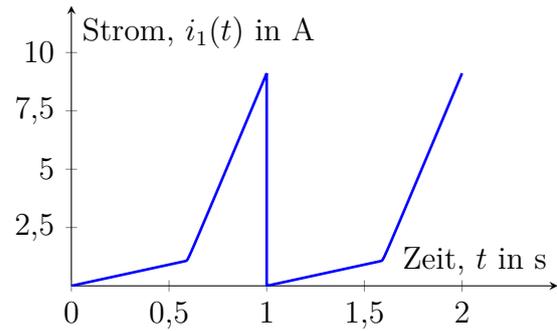
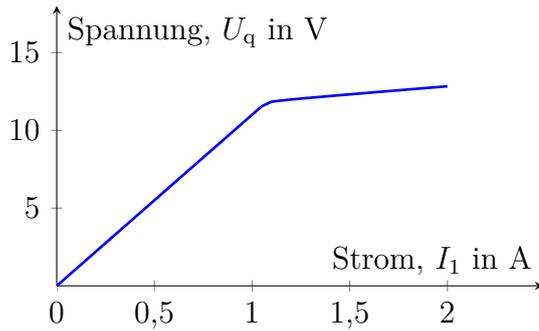
Andere Ströme: $I_1 = 0,806 \text{ A}$, $I_2 = 1,097 \text{ A}$, $I_3 = 0,290 \text{ A}$, $I_4 = 1,032 \text{ A}$

$$69. I_3 = 0,582 \text{ A}$$

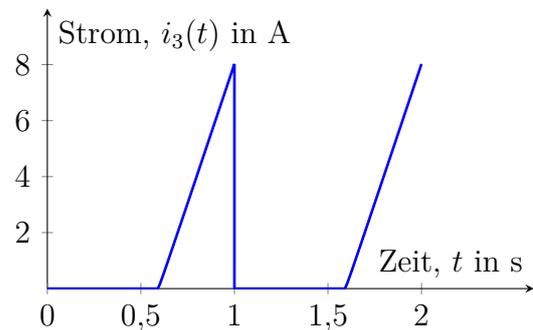
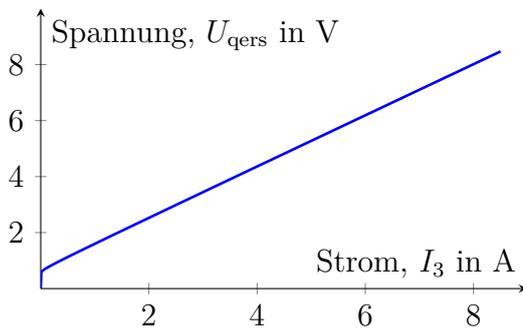
$$70. \text{ a) } U = 0,639 \text{ V} + 54,3 \text{ m}\Omega \cdot I$$

$$\text{b) } r_D = \frac{dU}{dI} = \frac{25 \text{ mV}}{I + 1 \text{ pA}}; \text{ für } I \gg 1 \text{ pA: } r_D = \frac{25 \text{ mV}}{I}$$

71.



72. $u_1(t) = u_{\text{qers}}(t) = 18,18 \text{ V} \cdot \frac{t}{T} - 10 \text{ V}; R_{\text{iers}} = 0,909 \Omega$



73. $I_1 = 2,34 \text{ A}; I_2 = 7,66 \text{ A}$

74. a) $r_{11} = 40 \Omega; r_{12} = -30 \Omega; r_{21} = 30 \Omega; r_{22} = -50 \Omega$

b) $g_{11} = 0,04545 \text{ S}; g_{12} = -0,02727 \text{ S}; g_{21} = +0,02727 \text{ S}; g_{22} = -0,03636 \text{ S}$

c) $h_{11} = 22 \Omega; h_{12} = 0,6; h_{21} = 0,6; h_{22} = -0,02 \text{ S}$

d) $a_{11} = 1,333; a_{12} = 36,666 \Omega; a_{21} = 0,0333 \text{ S}; a_{22} = 1,667$

75. $a_{11} = 3; a_{12} = 16 \Omega; a_{21} = 2 \text{ S}; a_{22} = 11$

76. $g_{11} = 1,1 \text{ S}; g_{12} = -0,4 \text{ S}; g_{21} = +0,4 \text{ S}; g_{22} = -0,6 \text{ S}$

77. $g_{11} = \frac{1}{R_1 \parallel R_2 + R_3 \parallel R_4} \quad g_{22} = -\frac{1}{R_1 \parallel R_3 + R_2 \parallel R_4}$
 $g_{12} = -\frac{\frac{R_2}{R_2+R_4} - \frac{R_1}{R_1+R_3}}{R_1 \parallel R_3 + R_2 \parallel R_4} \quad g_{21} = \frac{\frac{R_3}{R_3+R_4} - \frac{R_1}{R_1+R_2}}{R_1 \parallel R_2 + R_3 \parallel R_4}$

78. $g_{11} = \frac{1}{h_{11}} \quad g_{12} = -\frac{h_{12}}{h_{11}}$
 $g_{21} = \frac{h_{21}}{h_{11}} \quad g_{22} = \frac{\det([\mathbf{h}])}{h_{11}}$

79. a) $i_1 = 2 \text{ A}; i_2 = 1 \text{ A}; u_2 = 10 \text{ V}$

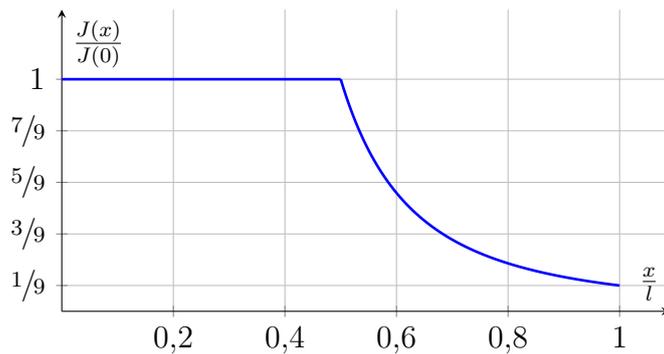
b) $u_1 = 90 \text{ V}$

$$80. \begin{bmatrix} G_1 + G_2 & -G_2 & 0 \\ -G_2 & G_2 + G_4 & -G_4 \\ 0 & -G_4 & G_3 + G_4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_{10} \\ U_{20} \\ U_{30} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{q1} - I_{q2} \\ I_{q2} \\ I_{q3} \end{bmatrix}$$

$$I_{R1} = \frac{U_{10}}{R_1} \quad I_{R2} = \frac{U_{10} - U_{20}}{R_2}$$

$$I_{R3} = \frac{U_{30}}{R_3} \quad I_{R4} = \frac{U_{20} - U_{30}}{R_4}$$

$$81. \frac{J(x)}{J(0)} = \begin{cases} 1 & \text{für } 0 \leq x \leq \frac{\ell}{2} \\ \frac{1}{(4 \cdot \frac{x}{\ell} - 1)^2} & \text{für } \frac{\ell}{2} < x \leq \ell \end{cases}$$



$$82. L_{\text{ges}} = \frac{L_1 L_2 - M^2}{L_1 + L_2 - 2M} \text{ bzw. } L_{\text{ges}} = 0,875 \text{ H}$$

$$83. L_{\text{ges}} = \frac{L_1 L_2 - M^2}{L_1 + L_2 + 2M} \text{ bzw. } L_{\text{ges}} = 0,4375 \text{ H}$$

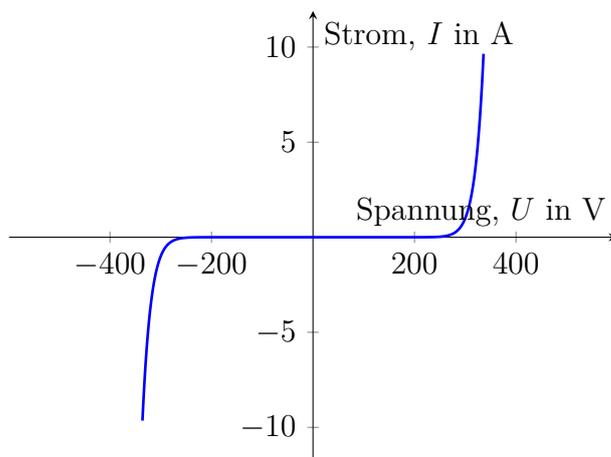
$$84. \text{ a) } R_{\text{ers},12} = 9,1149 \Omega$$

$$\text{ b) } R_{\text{ers},13} = 17,2276 \Omega$$

$$\text{ c) } R_{\text{ers},17} = 29,0361 \Omega$$

$$85. R = 37 \Omega, r_D = 2 \Omega$$

86.



$$R = 65 \Omega, r_D = 3,25 \Omega$$